

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 11 de abril de 2011

(versão IIIa)

Início: 11:00 Término: 13:30

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G1</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 30 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Sejam as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  reais definidas no intervalo  $[-5, 5]$ .

- (a) Sabendo que o gráfico de  $f$  é um semi-círculo, determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = 0$ .

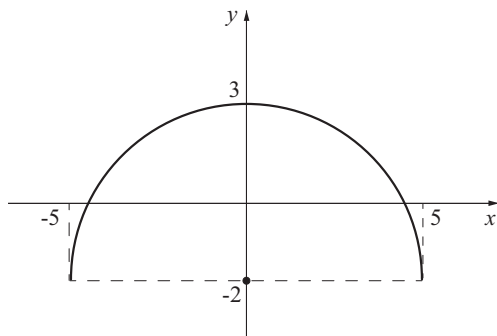


Gráfico de  $f$

- (b) Sabendo que o gráfico de  $g$  é parte de uma parábola, determine os valores de  $x$  para os quais  $g(x) = 0$ .

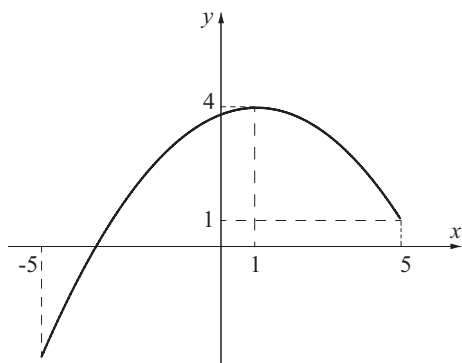


Gráfico de  $g$

- (c) Sabendo que a função  $h$  é dada pelo gráfico abaixo, determine os valores de  $x$  para os quais:

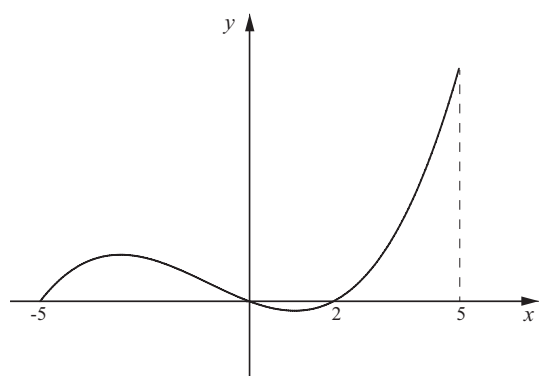


Gráfico de  $h$

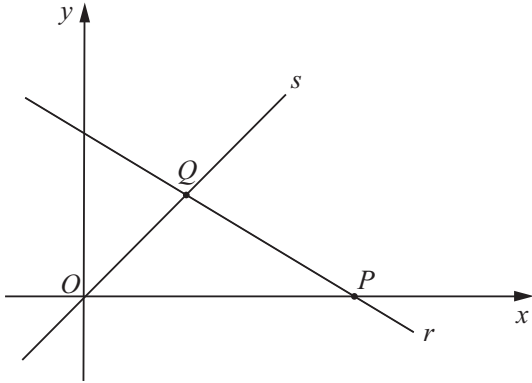
(i)  $f(x) \cdot h(x) > 0$

(ii)  $\frac{g(x)}{h(x)} \leq 0$

2ª Questão:

(a) Na figura abaixo, as retas  $r$  e  $s$  intersectam-se no ponto  $Q$ .

Sabendo que  $P = (8, 0)$  e  $Q = \left(\frac{10}{3}, \frac{10}{3}\right)$  determine:



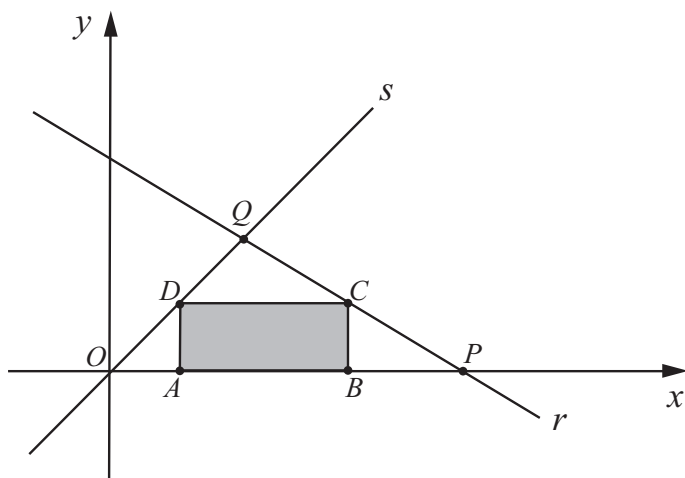
(i) A equação da reta  $s$ .

(ii) A equação da reta  $r$ .

(b) Na figura abaixo, as retas e pontos são os mesmos considerados no item anterior.

Considere os retângulos  $ABCD$ , tais que o lado  $\overline{AB}$  está sobre o eixo- $x$ , o vértice  $D$  sobre o segmento de reta  $\overline{OQ}$  e o vértice  $C$  sobre a reta  $r$ .

Sejam  $x$  a primeira coordenada do ponto  $A$  e  $z$  a primeira coordenada do ponto  $B$ :

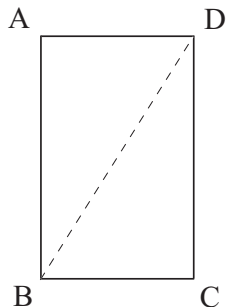


(i) Determine  $z$  em termos de  $x$ .

(ii) Determine o valor de  $x$  correspondente ao retângulo  $ABCD$  de área máxima. Calcule esta área máxima.

3ª Questão:

A figura abaixo mostra um retângulo ABCD com  $|BD| = 6$ . Seja  $x = |BC|$ . Considere a função  $V$  que fornece, em termos de  $x$ , o volume do cilindro obtido girando-se o retângulo ABCD em torno do lado AB.



(a) Dê o domínio e a expressão da função,  $V(x)$ , que fornece o volume do cilindro em termos de  $x$ .

(b) Dê uma aproximação, com erro menor do que  $10^{-2}$ , para o valor de  $x$  que maximiza o volume do cilindro.

4ª Questão:

Sejam as funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x) = \frac{1}{1000} x^4 \quad \text{e} \quad g(x) = 20 x^3.$$

- (a) Determine uma janela gráfica do Maple, na qual é possível visualizar todas as soluções de  $f(x) \leq g(x)$ .
- (b) Determine todos os valores de  $y$  para os quais  $(10^4, y)$  pertence à região limitada pelos gráficos de  $f$  e  $g$ .

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PUC-RIO

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 11 de abril de 2011

(versão IIIb)

Início: 11:00 Término: 13:30

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G1</b>	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 30 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.



1ª Questão:

Sejam as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  reais definidas no intervalo  $[-5, 5]$ .

- (a) Sabendo que o gráfico de  $f$  é um semi-círculo, determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = 0$ .

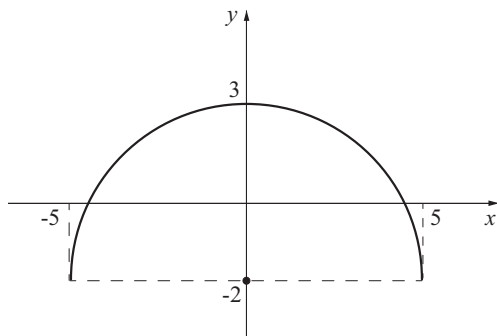


Gráfico de  $f$

- (b) Sabendo que o gráfico de  $g$  é parte de uma parábola, determine os valores de  $x$  para os quais  $g(x) = 0$ .

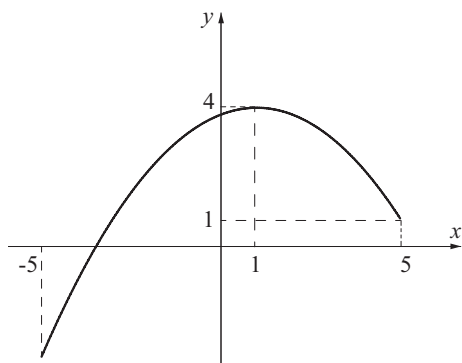


Gráfico de  $g$

- (c) Sabendo que a função  $h$  é dada pelo gráfico abaixo, determine os valores de  $x$  para os quais:

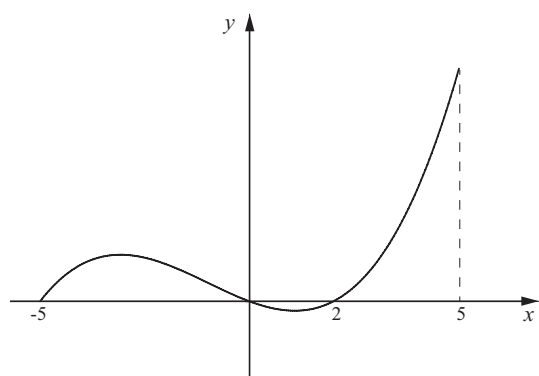


Gráfico de  $h$

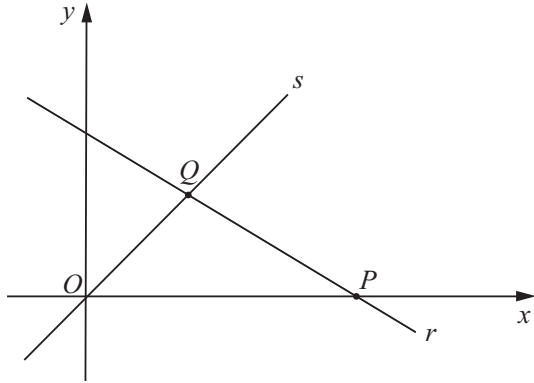
(i)  $f(x) \cdot h(x) < 0$

(ii)  $\frac{g(x)}{h(x)} \geq 0$

2ª Questão:

(a) Na figura abaixo, as retas  $r$  e  $s$  intersectam-se no ponto  $Q$ .

Sabendo que  $P = (4, 0)$  e  $Q = \left(\frac{5}{3}, \frac{5}{3}\right)$  determine:



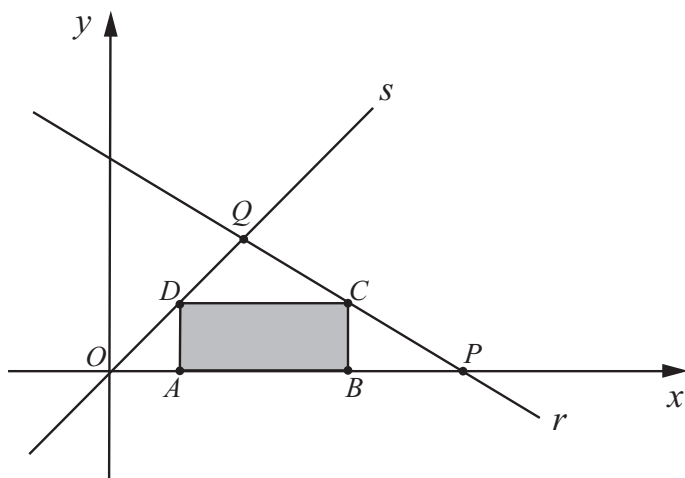
(i) A equação da reta  $s$ .

(ii) A equação da reta  $r$ .

(b) Na figura abaixo, as retas e pontos são os mesmos considerados no item anterior.

Considere os retângulos  $ABCD$ , tais que o lado  $\overline{AB}$  está sobre o eixo- $x$ , o vértice  $D$  sobre o segmento de reta  $\overline{OQ}$  e o vértice  $C$  sobre a reta  $r$ .

Sejam  $x$  a primeira coordenada do ponto  $A$  e  $z$  a primeira coordenada do ponto  $B$ :

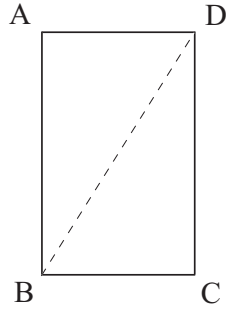


(i) Determine  $z$  em termos de  $x$ .

(ii) Determine o valor de  $x$  correspondente ao retângulo  $ABCD$  de área máxima. Calcule esta área máxima.

3ª Questão:

A figura abaixo mostra um retângulo ABCD com  $|BD| = 8$ . Seja  $x = |BC|$ . Considere a função  $V$  que fornece, em termos de  $x$ , o volume do cilindro obtido girando-se o retângulo ABCD em torno do lado AB.



(a) Dê o domínio e a expressão da função,  $V(x)$ , que fornece o volume do cilindro em termos de  $x$ .

(b) Dê uma aproximação, com erro menor do que  $10^{-2}$ , para o valor de  $x$  que maximiza o volume do cilindro.

4ª Questão:

Sejam as funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x) = \frac{1}{1000} x^4 \quad \text{e} \quad g(x) = 20 x^3.$$

- (a) Determine uma janela gráfica do Maple, na qual é possível visualizar todas as soluções de  $f(x) \leq g(x)$ .
- (b) Determine todos os valores de  $y$  para os quais  $(15000, y)$  pertence à região limitada pelos gráficos de  $f$  e  $g$ .