

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 13 de junho de 2011

(versão IIa)

Início: 9:00 Término: 10:35

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G3	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Seja $f(x) = x - \cos^2(x)$, definida em $[\pi, 2\pi]$.

Determine, se houver:

(*Identidades úteis: $\sin(2x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$ e $\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$)*)

(a) Os intervalos nos quais f tem concavidade para cima.

(b) Os intervalos nos quais f tem concavidade para baixo.

(c) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.

2ª Questão:

Considere as funções f e q definidas em \mathbb{R} tais que:

$$f(x) = \sin(2x) + \cos^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + (\pi - 2)x + \pi - \frac{\pi^2}{4}$$

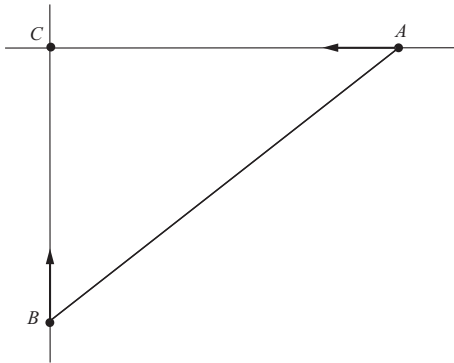
(a) O gráfico de q é tangente ao gráfico de f para $x = \frac{\pi}{2}$?

(b) Podemos afirmar que, no intervalo $[1, 5; 2]$, q é uma aproximação de f com erro menor que 0,06?

(c) Podemos afirmar que, no intervalo $[1, 4; 1, 71]$, q é uma aproximação de f com erro menor que 0,06?

3ª Questão:

A figura abaixo mostra a trajetória dos carros A e B rumo à interseção, C , de duas estradas. O carro A está indo para o oeste a 50 km/h e o carro B está indo para o norte a 60 km/h . A que taxa os carros estão se aproximando um do outro quando os carros A e B estão, respectivamente, a 3 km e 4 km da interseção?



Resposta: _____

4ª Questão:

Seja α a solução da equação $\sin(3x) \cdot \cos(x) = \sin(x)$, pertencente ao intervalo $(0, 2)$.

(a) Dê a expressão de uma função f , de domínio \mathbb{R} , que pode ser usada para achar uma aproximação de α , pelo Método de Newton.

(b) Usando f e a condição inicial $x_0 = 0,3$, determine os três termos seguintes, x_1 , x_2 e x_3 , da sequência obtida pelo Método de Newton, com 12 casas decimais corretas.

(c) Determine as equações das retas, r e s , tangentes ao gráfico de f , nos pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_1, f(x_1))$, em que $x_0 = 0,3$ e x_1 é o termo determinado no item (b).

Dê um comando do Maple, a partir do qual é possível visualizar o gráfico de f e as retas r e s , numa mesma janela gráfica.

(d) A escolha de $x_0 = 0,3$ mostrou-se eficiente para calcular uma aproximação de α ? Explique o comportamento da sequência x_n , calculada a partir de x_0 , baseando-se no item (c).

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 13 de junho de 2011

(versão IIb)

Início: 9:00 Término: 10:35

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G3	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Seja $f(x) = x + \text{sen}^2(x)$, definida em $[\pi, 2\pi]$.

Determine, se houver:

(*Identidades úteis: $\text{sen}(2x) = 2 \cdot \text{sen}(x) \cdot \cos(x)$ e $\cos(2x) = \cos^2(x) - \text{sen}^2(x)$)*)

(a) Os intervalos nos quais f tem concavidade para cima.

(b) Os intervalos nos quais f tem concavidade para baixo.

(c) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.

2ª Questão:

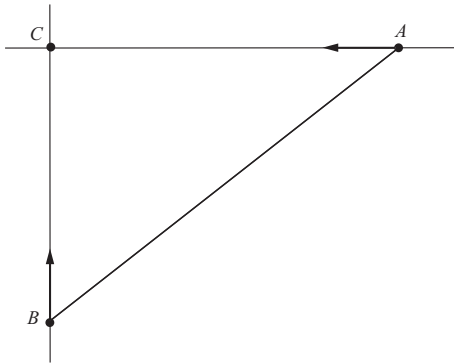
Considere as funções f e q definidas em \mathbb{R} tais que:

$$f(x) = \sin(2x) + \cos^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + (\pi - 2)x + \pi - \frac{\pi^2}{4}$$

- (a) O gráfico de q é tangente ao gráfico de f para $x = \frac{\pi}{2}$?
- (b) Podemos afirmar que, no intervalo $[1, 5; 1, 6]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,06$?
- (c) Podemos afirmar que, no intervalo $[1, 4; 1, 74]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,06$?

3ª Questão:

A figura abaixo mostra a trajetória dos carros A e B rumo à interseção, C , de duas estradas. O carro A está indo para o oeste a 50 km/h e o carro B está indo para o norte a 60 km/h . A que taxa os carros estão se aproximando um do outro quando os carros A e B estão, respectivamente, a 4 km e 3 km da interseção?



Resposta: _____

4ª Questão:

Seja α a solução da equação $\sin(3x) \cdot \cos(x) = \sin(x)$, pertencente ao intervalo $(0, 2)$.

- (a) Dê a expressão de uma função f , de domínio \mathbb{R} , que pode ser usada para achar uma aproximação de α , pelo Método de Newton.
- (b) Usando f e a condição inicial $x_0 = 0,31$, determine os três termos seguintes, x_1 , x_2 e x_3 , da sequência obtida pelo Método de Newton, com 12 casas decimais corretas.
- (c) Determine as equações das retas, r e s , tangentes ao gráfico de f , nos pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_1, f(x_1))$, em que $x_0 = 0,31$ e x_1 é o termo determinado no item (b).
Dê um comando do Maple, a partir do qual é possível visualizar o gráfico de f e as retas r e s , numa mesma janela gráfica.
- (d) A escolha de $x_0 = 0,31$ mostrou-se eficiente para calcular uma aproximação de α ? Explique o comportamento da sequência x_n , calculada a partir de x_0 , baseando-se no item (c).