

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G3	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Seja $f(x) = x + \cos(2x)$, definida em $[\pi, 2\pi]$.

Determine, se houver:

- (a) Os intervalos nos quais f tem concavidade para cima.
- (b) Os intervalos nos quais f tem concavidade para baixo.
- (c) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.

2ª Questão:

Considere as funções f e q definidas em \mathbb{R} tais que:

$$f(x) = \cos(2x) + \sin^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + \left(\frac{1}{100} + 2\pi\right)x - \pi^2 + 1 - \frac{\pi}{100}$$

- (a) O gráfico de q é tangente ao gráfico de f para $x = \pi$?
- (b) Podemos afirmar que, no intervalo $[3, 4]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,04$?
- (c) Podemos afirmar que, no intervalo $[2, 6; 3, 75]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,04$?

3ª Questão:

Um triângulo ABC é criado da seguinte forma: $A = (0,0)$, $B = (6,0)$ e C percorre o semi-círculo dado por $y = \sqrt{9 - (x - 3)^2}$. No instante em que o ponto C passa pelo ponto $(4, \sqrt{8})$, a sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 2 cm/s. Qual é a taxa de variação da área do triângulo ABC , nesse instante?

Resposta: _____

4ª Questão:

Seja α a solução da equação $\sin(2x) \cdot \cos(x) = \sin(x)$, pertencente ao intervalo $(4, 6)$.

- (a) Dê a expressão de uma função f , de domínio \mathbb{R} , que pode ser usada para achar uma aproximação de α , pelo Método de Newton.
- (b) Usando f e a condição inicial $x_0 = 4,58$, determine os três termos seguintes, x_1 , x_2 e x_3 , da sequência obtida pelo Método de Newton, com 12 casas decimais corretas.
- (c) Determine as equações das retas, r e s , tangentes ao gráfico de f , nos pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_1, f(x_1))$, em que $x_0 = 4,58$ e x_1 é o termo determinado no item (b).
Dê um comando do Maple, a partir do qual é possível visualizar o gráfico de f e as retas r e s , numa mesma janela gráfica.
- (d) A escolha de $x_0 = 4,58$ mostrou-se eficiente para calcular uma aproximação de α ? Explique o comportamento da sequência x_n , calculada a partir de x_0 , baseando-se no item (c).

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 13 de junho de 2011

(versão IIIb)

Início: 11:00 Término: 12:35

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G3	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Seja $f(x) = x + \sin(2x)$, definida em $\left[\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$.

Determine, se houver:

- (a) Os intervalos nos quais f tem concavidade para cima.
- (b) Os intervalos nos quais f tem concavidade para baixo.
- (c) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.

2ª Questão:

Considere as funções f e q definidas em \mathbb{R} tais que:

$$f(x) = \cos(2x) + \sin^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + \left(\frac{1}{100} + 2\pi\right)x - \pi^2 + 1 - \frac{\pi}{100}$$

- (a) O gráfico de q é tangente ao gráfico de f para $x = \pi$?
- (b) Podemos afirmar que, no intervalo $[2, 3]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,04$?
- (c) Podemos afirmar que, no intervalo $[2, 6; 3, 79]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,04$?

3ª Questão:

Um triângulo ABC é criado da seguinte forma: $A = (0,0)$, $B = (6,0)$ e C percorre o semi-círculo dado por $y = \sqrt{9 - (x - 3)^2}$. No instante em que o ponto C passa pelo ponto $(4, \sqrt{8})$, a sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 3 cm/s. Qual é a taxa de variação da área do triângulo ABC , nesse instante?

Resposta: _____

4ª Questão:

Seja α a solução da equação $\sin(2x) \cdot \cos(x) = \sin(x)$, pertencente ao intervalo $(4, 6)$.

- (a) Dê a expressão de uma função f , de domínio \mathbb{R} , que pode ser usada para achar uma aproximação de α , pelo Método de Newton.
- (b) Usando f e a condição inicial $x_0 = 4,59$, determine os três termos seguintes, x_1 , x_2 e x_3 , da sequência obtida pelo Método de Newton, com 12 casas decimais corretas.
- (c) Determine as equações das retas, r e s , tangentes ao gráfico de f , nos pontos $(x_0, f(x_0))$ e $(x_1, f(x_1))$, em que $x_0 = 4,59$ e x_1 é o termo determinado no item (b).
Dê um comando do Maple, a partir do qual é possível visualizar o gráfico de f e as retas r e s , numa mesma janela gráfica.
- (d) A escolha de $x_0 = 4,59$ mostrou-se eficiente para calcular uma aproximação de α ? Explique o comportamento da sequência x_n , calculada a partir de x_0 , baseando-se no item (c).