

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 21 de junho de 2011

(versão I)

Início: 13:00 Término: 14:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
5 ^a	2,0		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere

$$f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right) \quad \text{e} \quad P(x) = a_0 + a_1(x - 16,8) + a_2(x - 16,8)^2 + a_3(x - 16,8)^3.$$

Desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

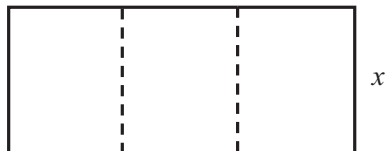
$$f(16,8) = P(16,8), \quad f'(16,8) = P'(16,8), \quad f''(16,8) = P''(16,8) \quad \text{e} \quad f'''(16,8) = P'''(16,8).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

Questão 2

Um fazendeiro decide destinar uma área retangular de 800m^2 do seu terreno aos seus 3 filhos. Esta área deve ser cercada e dividida em 3 partes iguais como na figura abaixo. A cerca escolhida para a parte externa custa 40 reais por metro, ao passo que a cerca que será usada para dividir o espaço interno custa 20 reais por metro.



- (a) Considerando x a largura do terreno, dê a expressão e o domínio da função, $G(x)$, que fornece o gasto do fazendeiro com as cercas em termos de x .

- (b) Dê o valor de x que minimiza G .

Questão 3

Um recipiente contendo 25 litros de água, acusa uma fenda no instante $t = 0$, e o volume de água no recipiente no instante t segundos mais tarde é dado por:

$$V(t) = 25 \left(1 - \frac{t}{100}\right)^2$$

até que o recipiente se esvazie no instante $t = 100$ segundos.

(a) A que taxa a água está vazando do recipiente exatamente após decorrido 1 minuto?

Resposta: _____

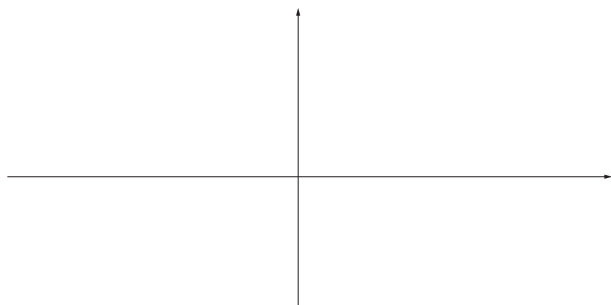
(b) Quando é que a taxa instantânea de variação de V é igual a taxa média de variação de V de $t = 0$ até $t = 100$ segundos?

Resposta: _____

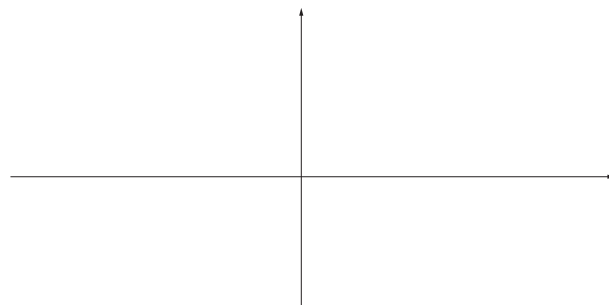
Questão 4

Considere as funções $f(x) = \text{sen}(3x)$ e $g(x) = \cos(\pi x)$.

- (a) Em diferentes pares de eixos, faça um esboço dos gráficos de f e g , em intervalos de comprimento igual a dois períodos.



Esboço do gráfico de f



Esboço do gráfico de g

- (b) Determine os valores de x , no intervalo $[0,2]$, para os quais

$$\frac{\text{sen}(3x)}{\cos(\pi x)} \geq 0.$$

Questão 5

(a) Seja u uma função definida nos reais. Sabendo que a reta tangente ao gráfico de u em $x = 0$ tem equação $y = \frac{x}{64} - 2$, determine:

(i) $u(0)$

(ii) $u'(0)$

(b) Seja $h(x) = g(u(x))$, em que $g(x) = (x^2 + x^3)^5 \cdot \cos(2 + x)$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de h em $x = 0$.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 21 de junho de 2011

(versão II)

Início: 13:00 Término: 14:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
5 ^a	2,0		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere

$$f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right) \quad \text{e} \quad P(x) = a_0 + a_1(x - 19,9) + a_2(x - 19,9)^2 + a_3(x - 19,9)^3.$$

Desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

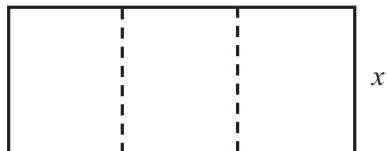
$$f(19,9) = P(19,9), \quad f'(19,9) = P'(19,9), \quad f''(19,9) = P''(19,9) \quad \text{e} \quad f'''(19,9) = P'''(19,9).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

Questão 2

Um fazendeiro decide destinar uma área retangular de 800m^2 do seu terreno aos seus 3 filhos. Esta área deve ser cercada e dividida em 3 partes iguais como na figura abaixo. A cerca escolhida para a parte externa custa 40 reais por metro, ao passo que a cerca que será usada para dividir o espaço interno custa 30 reais por metro.



- (a) Considerando x a largura do terreno, dê a expressão e o domínio da função, $G(x)$, que fornece o gasto do fazendeiro com as cercas em termos de x .

- (b) Dê o valor de x que minimiza G .

Questão 3

Um recipiente contendo 50 litros de água, acusa uma fenda no instante $t = 0$, e o volume de água no recipiente no instante t segundos mais tarde é dado por:

$$V(t) = 50 \left(1 - \frac{t}{200}\right)^2$$

até que o recipiente se esvazie no instante $t = 200$ segundos.

(a) A que taxa a água está vazando do recipiente exatamente após decorrido 1 minuto?

Resposta: _____

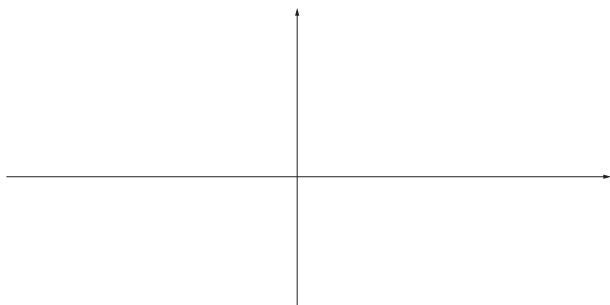
b Quando é que a taxa instantânea de variação de V é igual a taxa média de variação de V de $t = 0$ até $t = 200$ segundos?

Resposta: _____

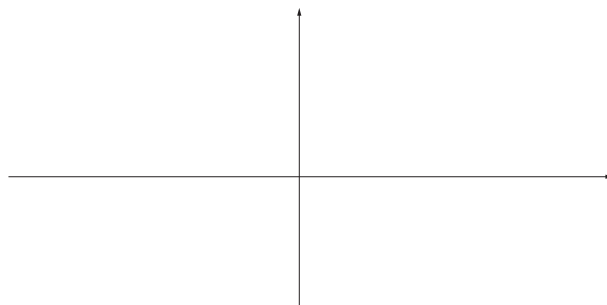
Questão 4

Considere as funções $f(x) = \text{sen}(3x)$ e $g(x) = \cos(\pi x)$.

- (a) Em diferentes pares de eixos, faça um esboço dos gráficos de f e g , em intervalos de comprimento igual a dois períodos.



Esboço do gráfico de f



Esboço do gráfico de g

- (b) Determine os valores de x , no intervalo $[0,2]$, para os quais

$$\frac{\text{sen}(3x)}{\cos(\pi x)} \leq 0.$$

Questão 5

(a) Seja u uma função definida nos reais. Sabendo que a reta tangente ao gráfico de u em $x = 0$ tem equação $y = \frac{x}{64} - 2$, determine:

(i) $u(0)$

(ii) $u'(0)$

(b) Seja $h(x) = g(u(x))$, em que $g(x) = (x^2 + x^3)^7 \cdot \cos(2 + x)$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de h em $x = 0$.