

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de novembro de 2011

(versão IIa)

Início: 9:00 Término: 10:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

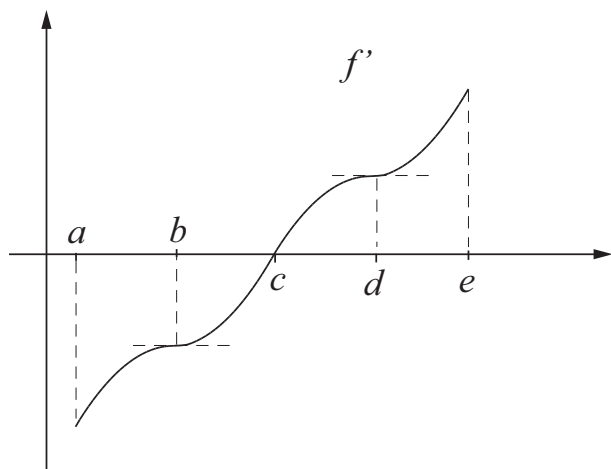
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,0		
2 ^a	1,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
5 ^a	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G3	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja f uma função definida no intervalo $[a, e]$ com primeira e segunda derivadas. O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de f , ou seja, gráfico de f' .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é côncava para cima.

Resposta: _____

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é côncava para baixo.

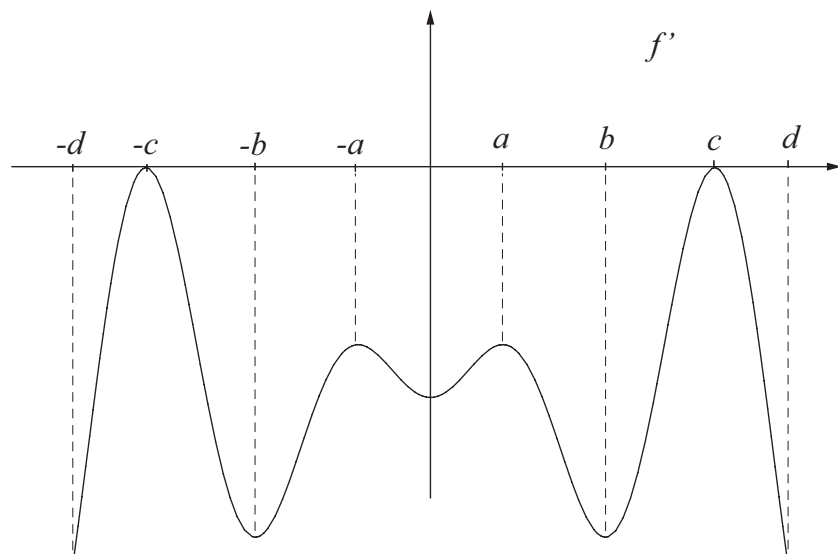
Resposta: _____

- (c) Determine, se houver, a coordenada x dos pontos de inflexão de f .

Resposta: _____

Questão 2

Seja f uma função derivável definida no intervalo $[-d, d]$. O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de f , ou seja, gráfico de f' .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é crescente.

Resposta: _____

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é decrescente.

Resposta: _____

- (c) Determine, se houver, os valores de x nos quais f tem máximo local.

Resposta: _____

- (d) Determine, se houver, os valores de x nos quais f tem mínimo local.

Resposta: _____

Questão 3

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x - 7, 5) + a_2(x - 7, 5)^2 + a_3(x - 7, 5)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(7, 5) = P(7, 5), f'(7, 5) = P'(7, 5), f''(7, 5) = P''(7, 5) \text{ e } f'''(7, 5) = P'''(7, 5).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 7,5$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 7,5$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

Questão 4

Considere as funções $f(x) = 3 \sin(x - 9) + 5$ e $g(x) = \frac{1}{5}(x - 7)^2 + 3$.

Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 3,2 \leq g(x) \leq f(x) + 4,1 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

Questão 5

Considere $V = (0, 2)$. Um ponto $P = (x, y)$ está percorrendo a curva de equação $y = x^3 - 2$. No instante em que P passa por $(2, 6)$, sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 4 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto P e o ponto V , nesse instante?

Resposta: _____

Obs: Forneça as unidades na sua resposta.

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

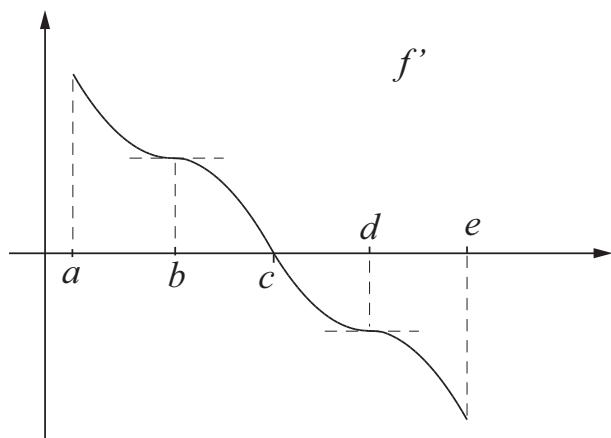
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,0		
2 ^a	1,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
5 ^a	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G3	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja f uma função definida no intervalo $[a, e]$ com primeira e segunda derivadas. O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de f , ou seja, gráfico de f' .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é côncava para cima.

Resposta: _____

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é côncava para baixo.

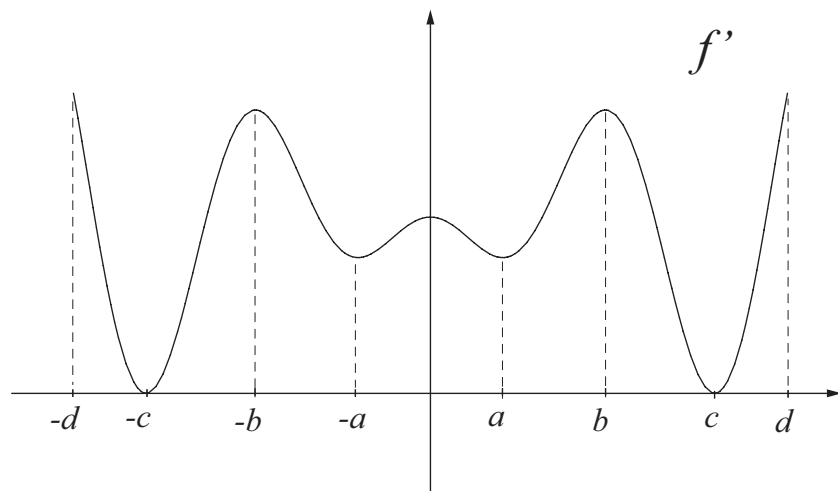
Resposta: _____

- (c) Determine, se houver, a coordenada x dos pontos de inflexão de f .

Resposta: _____

Questão 2

Seja f uma função derivável definida no intervalo $[-d, d]$. O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de f , ou seja, gráfico de f' .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é crescente.

Resposta: _____

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é decrescente.

Resposta: _____

- (c) Determine, se houver, os valores de x nos quais f tem máximo local.

Resposta: _____

- (d) Determine, se houver, os valores de x nos quais f tem mínimo local.

Resposta: _____

Questão 3

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x-13,1) + a_2(x-13,1)^2 + a_3(x-13,1)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(13,1) = P(13,1), f'(13,1) = P'(13,1), f''(13,1) = P''(13,1) \text{ e } f'''(13,1) = P'''(13,1).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 13,1$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 13,1$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

Questão 4

Considere as funções $f(x) = -3 \operatorname{sen}(x - 9) - 5$ e $g(x) = -\frac{1}{5}(x - 7)^2 - 2$.

Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 3,2 \leq g(x) \leq f(x) + 4,1 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

Questão 5

Considere $V = (0, 2)$. Um ponto $P = (x, y)$ está percorrendo a curva de equação $y = x^3 - 2$. No instante em que P passa por $(2, 6)$, sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 5 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto P e o ponto V , nesse instante?

Resposta: _____

Obs: Forneça as unidades na sua resposta.