

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	0,5		
2 <sup>a</sup>	1,0		
3 <sup>a</sup>	0,5		
4 <sup>a</sup>	2,0		
5 <sup>a</sup>	2,0		
6 <sup>a</sup>	2,0		
Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G3</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

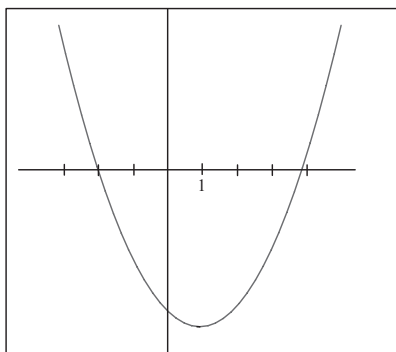
Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função com as três propriedades abaixo:

(i)  $f(-2) = 0$

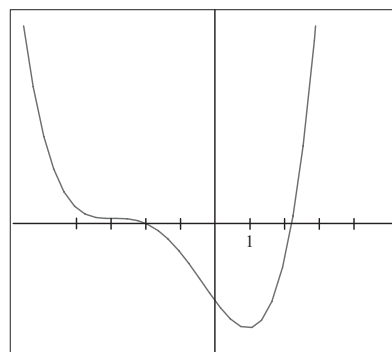
(ii)  $f''(-2) = -1/2$

(iii) A equação da reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 1$  é  $y = -3$

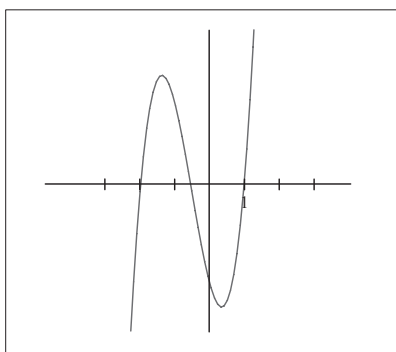
Qual (ou quais) dos gráficos abaixo pode (ou podem) ser o gráfico de  $f$ ?



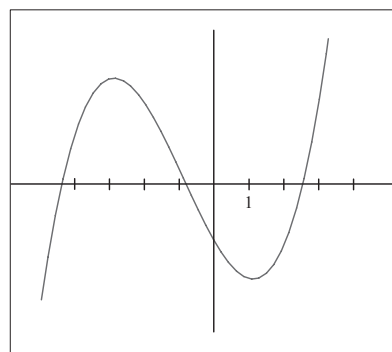
(a)



(b)



(c)



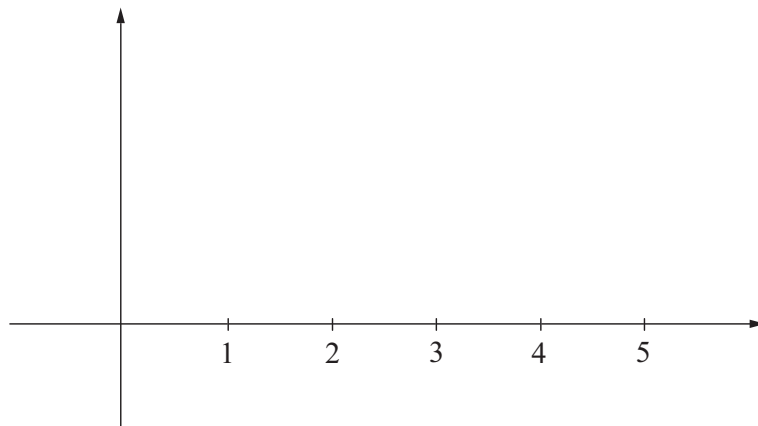
(d)

### Questão 2

Esboce o gráfico de uma função,  $f$ , com as três propriedades abaixo.

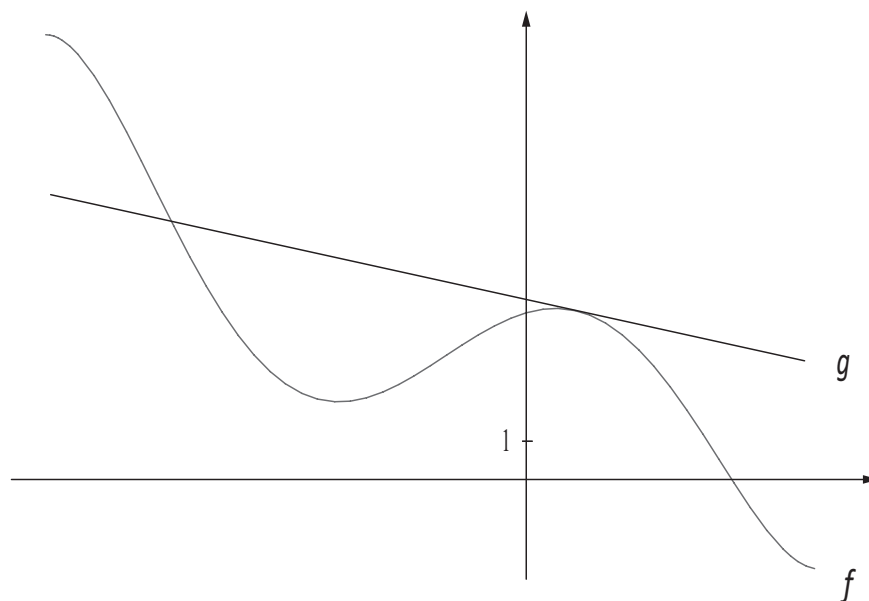
- (i) Domínio( $f$ ) =  $[0, 5]$
- (ii)  $f$  tem apenas um intervalo de decrescimento e um intervalo de crescimento.
- (iii)  $f$  tem um ponto de inflexão com a primeira coordenada no intervalo de decrescimento.

Esboce também, pontilhada, a reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de inflexão.



### Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções  $f$  e  $g$  em um mesmo sistema de coordenadas. Masque no eixo horizontal todas os valores de  $x$  que satisfazem  $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$ .



#### Questão 4

Considere  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right) + \cos(x)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x-12,3) + a_2(x-12,3)^2 + a_3(x-12,3)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(12,3) = P(12,3), f'(12,3) = P'(12,3), f''(12,3) = P''(12,3) \text{ e } f'''(12,3) = P'''(12,3).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 12,3$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 12,3$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 5

Considere as funções  $f(x) = -3 \operatorname{sen}(x + 5) - 5$  e  $g(x) = -\frac{1}{3}(x + 7)^2 - 2$ .

Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 4,2 \leq g(x) \leq f(x) + 3,1 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 6

Se dois resistores com resistências  $R_1$  e  $R_2$  estão conectados em paralelo, então a resistência total  $R$ , medida em ohms ( $\Omega$ ), é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Em um certo instante,  $R_1$  é  $80\ \Omega$ ,  $R_2$  é  $100\ \Omega$ , e  $R_1$  e  $R_2$  estão crescendo a taxas de  $0,3\ \Omega/s$  e  $0,2\ \Omega/s$ , respectivamente. Qual é a taxa de variação de  $R$  nesse instante?

Resposta: \_\_\_\_\_

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de novembro de 2011

(versão IIIb)

Início: 11:00 Término: 12:45

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	0,5		
2 <sup>a</sup>	1,0		
3 <sup>a</sup>	0,5		
4 <sup>a</sup>	2,0		
5 <sup>a</sup>	2,0		
6 <sup>a</sup>	2,0		
Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G3</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

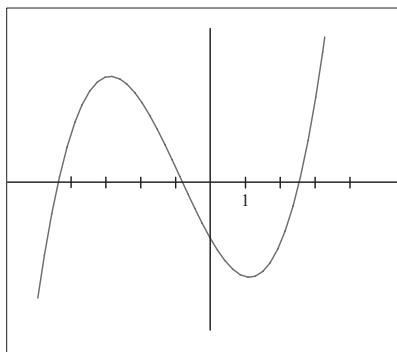
Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função com as três propriedades abaixo:

(i)  $f(-2) = 0$

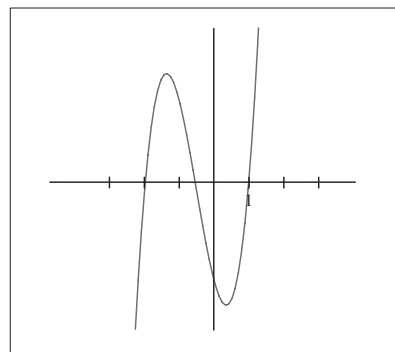
(ii)  $f''(-2) = -1/2$

(iii) A equação da reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 1$  é  $y = -3$

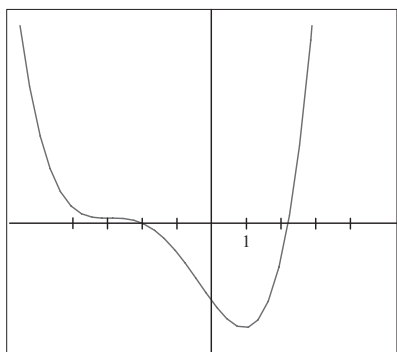
Qual (ou quais) dos gráficos abaixo pode (ou podem) ser o gráfico de  $f$ ?



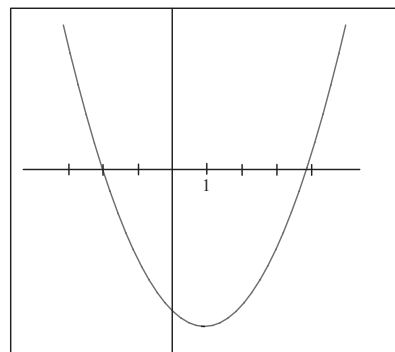
(a)



(b)



(c)



(d)

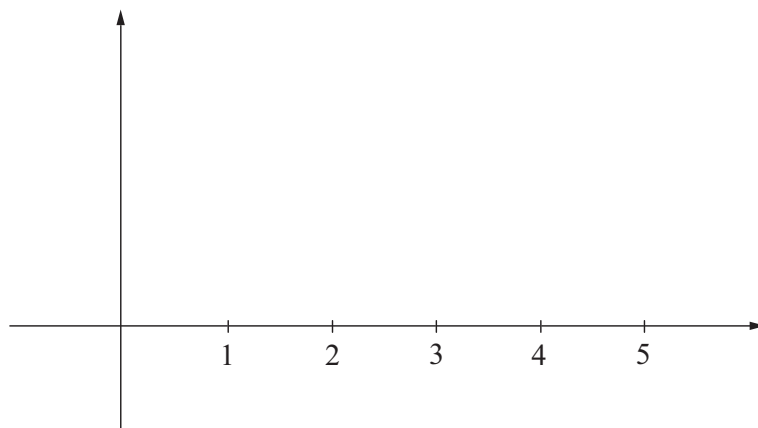


### Questão 2

Esboce o gráfico de uma função,  $f$ , com as três propriedades abaixo.

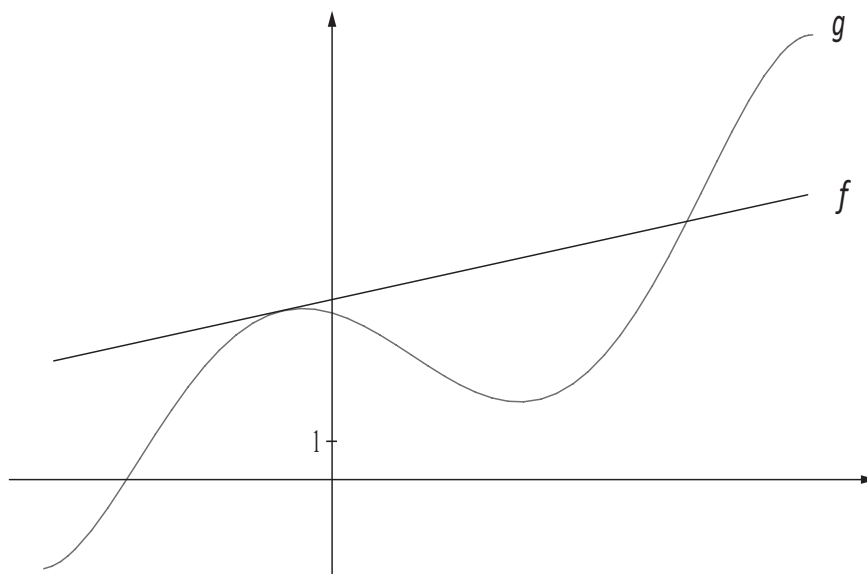
- (i)  $\text{Domínio}(f) = [0, 5]$
- (ii)  $f$  tem apenas um intervalo de decrescimento e um intervalo de crescimento.
- (iii)  $f$  tem um ponto de inflexão com a primeira coordenada no intervalo de crescimento.

Esboce também, pontilhada, a reta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de inflexão.



### Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções  $f$  e  $g$  em um mesmo sistema de coordenadas. Masque no eixo horizontal todas os valores de  $x$  que satisfazem  $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$ .



#### Questão 4

Considere  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right) + \cos(x)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x-18,7) + a_2(x-18,7)^2 + a_3(x-18,7)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(18,7) = P(18,7), f'(18,7) = P'(18,7), f''(18,7) = P''(18,7) \text{ e } f'''(18,7) = P'''(18,7).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 18,7$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 18,7$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 5

Considere as funções  $f(x) = -3 \operatorname{sen}(x + 4) - 1$  e  $g(x) = -\frac{1}{3}(x + 6)^2 + 2$ .

Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 4,2 \leq g(x) \leq f(x) + 3,1 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 6

Se dois resistores com resistências  $R_1$  e  $R_2$  estão conectados em paralelo, então a resistência total  $R$ , medida em ohms ( $\Omega$ ), é dada por

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Em um certo instante,  $R_1$  é  $90\ \Omega$ ,  $R_2$  é  $100\ \Omega$ , e  $R_1$  e  $R_2$  estão crescendo a taxas de  $0,3\ \Omega/s$  e  $0,2\ \Omega/s$ , respectivamente. Qual é a taxa de variação de  $R$  nesse instante?

Resposta: \_\_\_\_\_