

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

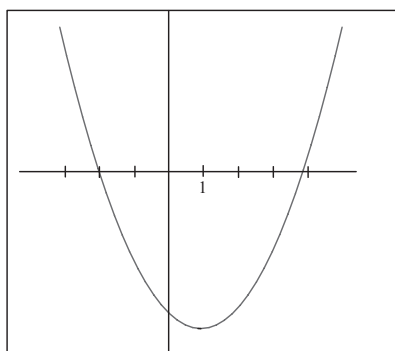
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	1,5		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	0,5		
4 <sup>a</sup>	2,0		
5 <sup>a</sup>	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G3</b>	10,0		

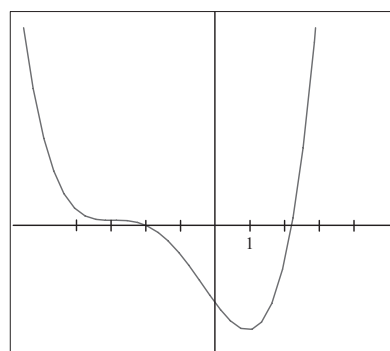
- Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

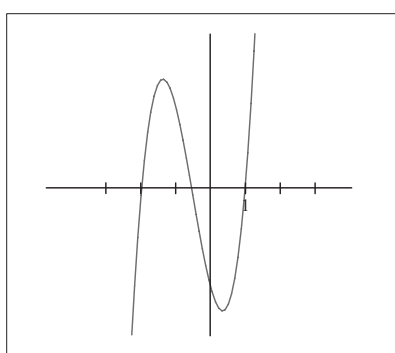
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d):



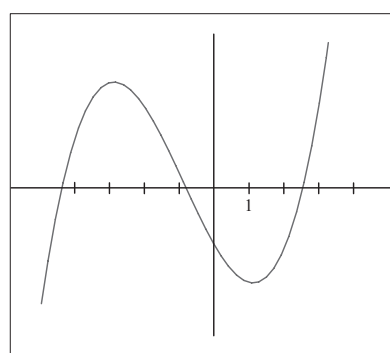
(a)



(b)



(c)



(d)

Considere também as condições:

- (i) Em torno de  $x = -2$ , o gráfico de  $f$  tem concavidade para cima.
- (ii) Pode-se garantir que o gráfico de  $f$  tem mais de um ponto de inflexão.
- (iii)  $f$  tem mínimo local em  $x = 1$ .

**Responda** o que se pede, justificando:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função  $f$  que satisfaz a condição (i)?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função  $f$  que satisfaz a condição (ii)?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função  $f$  que satisfaz a condição (iii)?

## Questão 2

Considere  $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x-10,1) + a_2(x-10,1)^2 + a_3(x-10,1)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(10,1) = P(10,1), f'(10,1) = P'(10,1), f''(10,1) = P''(10,1) \text{ e } f'''(10,1) = P'''(10,1).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

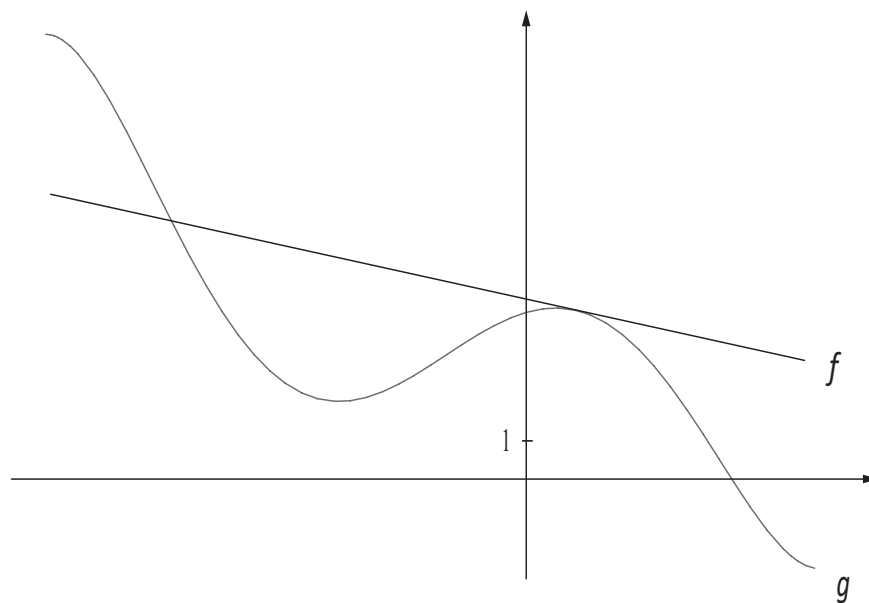
$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 10,1$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 10,1$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que  $0,1$ . Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções  $f$  e  $g$  em um mesmo sistema de coordenadas. Marque no eixo horizontal todos os valores de  $x$  que satisfazem  $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$ .



#### Questão 4

Considere as funções  $f$  e  $q$  definidas em  $\mathbb{R}$  tais que:

$$f(x) = \cos(2x) + \sin^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + \left(\frac{1}{100} + 2\pi\right)x - \pi^2 + 1 - \frac{\pi}{100}$$

(a) O gráfico de  $q$  é tangente ao gráfico de  $f$  para  $x = \pi$  ?

(b) Podemos afirmar que, no intervalo  $[3, 4]$ ,  $q$  é uma aproximação de  $f$  com erro menor que  $0,04$ ?

(c) Podemos afirmar que, no intervalo  $[2, 6; 3, 75]$ ,  $q$  é uma aproximação de  $f$  com erro menor que  $0,04$ ?

### Questão 5

Quando o ar se expande adiabaticamente (sem ganhar ou perder calor), sua pressão  $P$  e volume  $V$  estão relacionados pela equação  $PV^{7/5} = C$ , onde  $C$  é uma constante. Em um certo instante, o volume é  $350 \text{ cm}^3$ , a pressão é  $80 \text{ kPa}$ , e a pressão está decrescendo a uma taxa de  $10 \text{ kPa/min}$ . A que taxa está variando o volume nesse instante?

Resposta: \_\_\_\_\_

Obs: Forneça as unidades na sua resposta.

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

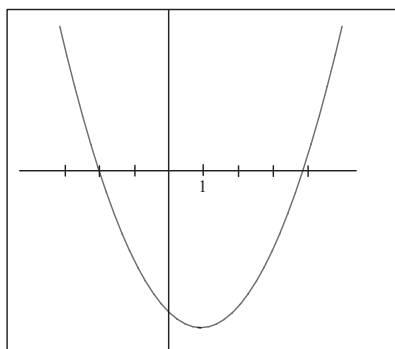
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	1,5		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	0,5		
4 <sup>a</sup>	2,0		
5 <sup>a</sup>	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G3</b>	10,0		

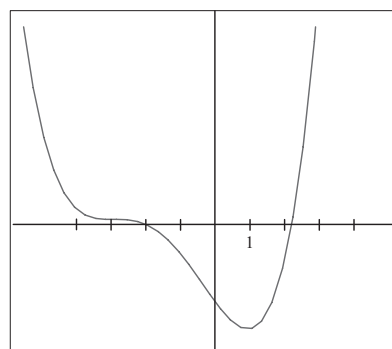
- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

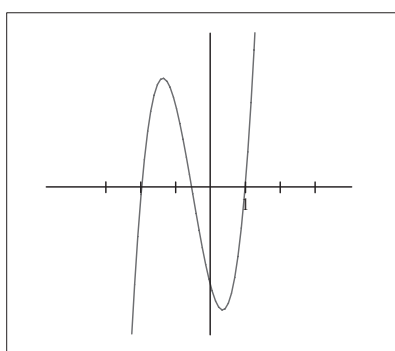
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d):



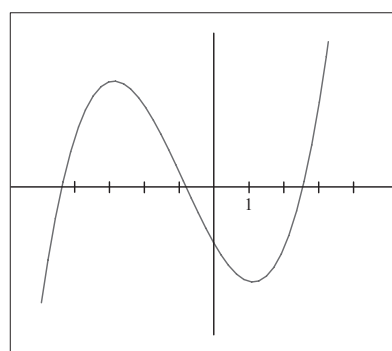
(a)



(b)



(c)



(d)

Considere também as condições:

- (i)  $f$  tem mínimo local em  $x = 1$ .
- (ii) Em torno de  $x = -2$ , o gráfico de  $f$  tem concavidade para cima.
- (iii) Pode-se garantir que o gráfico de  $f$  tem mais de um ponto de inflexão.

**Responda** o que se pede, justificando:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função  $f$  que satisfaz a condição (i)?
  
2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função  $f$  que satisfaz a condição (ii)?
  
3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função  $f$  que satisfaz a condição (iii)?



### Questão 2

Considere  $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x-13,9) + a_2(x-13,9)^2 + a_3(x-13,9)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(13,9) = P(13,9), f'(13,9) = P'(13,9), f''(13,9) = P''(13,9) \text{ e } f'''(13,9) = P'''(13,9).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

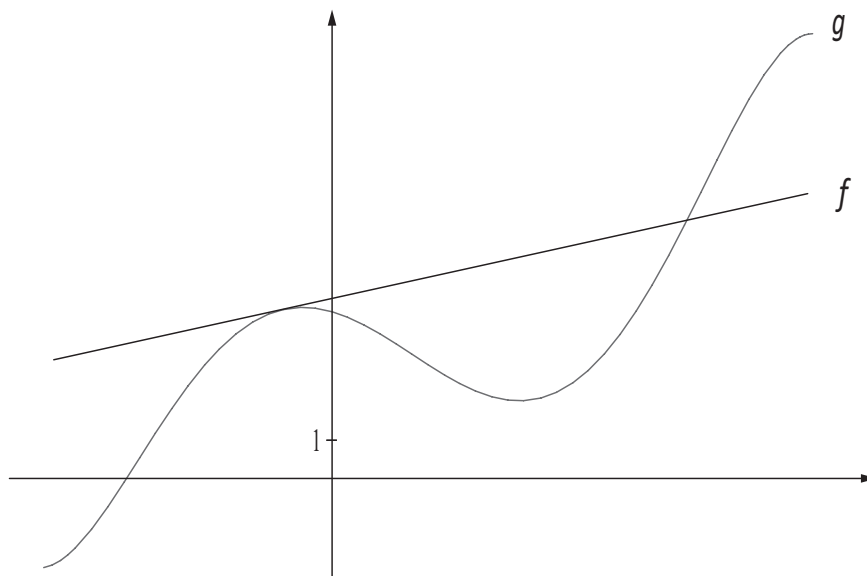
$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 13,9$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 13,9$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que  $0,1$ . Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções  $f$  e  $g$  em um mesmo sistema de coordenadas. Masque no eixo horizontal todos os valores de  $x$  que satisfazem  $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$ .



#### Questão 4

Considere as funções  $f$  e  $q$  definidas em  $\mathbb{R}$  tais que:

$$f(x) = \cos(2x) + \sin^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + \left(\frac{1}{100} + 2\pi\right)x - \pi^2 + 1 - \frac{\pi}{100}$$

- (a) O gráfico de  $q$  é tangente ao gráfico de  $f$  para  $x = \pi$  ?
- (b) Podemos afirmar que, no intervalo  $[2, 3]$ ,  $q$  é uma aproximação de  $f$  com erro menor que  $0,04$ ?
- (c) Podemos afirmar que, no intervalo  $[2, 6; 3, 79]$ ,  $q$  é uma aproximação de  $f$  com erro menor que  $0,04$ ?

### Questão 5

Quando o ar se expande adiabaticamente (sem ganhar ou perder calor), sua pressão  $P$  e volume  $V$  estão relacionados pela equação  $PV^{7/5} = C$ , onde  $C$  é uma constante. Em um certo instante, o volume é  $350 \text{ cm}^3$ , a pressão é  $70 \text{ kPa}$ , e a pressão está decrescendo a uma taxa de  $10 \text{ kPa/min}$ . A que taxa está variando o volume nesse instante?

Resposta: \_\_\_\_\_

Obs: Forneça as unidades na sua resposta.