

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de novembro de 2011

(versão Va)

Início: 15:00 Término: 16:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 2,0 | | |
| 2 ^a | 2,0 | | |
| 3 ^a | 2,0 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |

| | | | |
|-----------|------|--|--|
| Prova | 8,0 | | |
| Teste | 2,0 | | |
| G3 | 10,0 | | |

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere a função f que satisfaz todas as condições dadas abaixo.

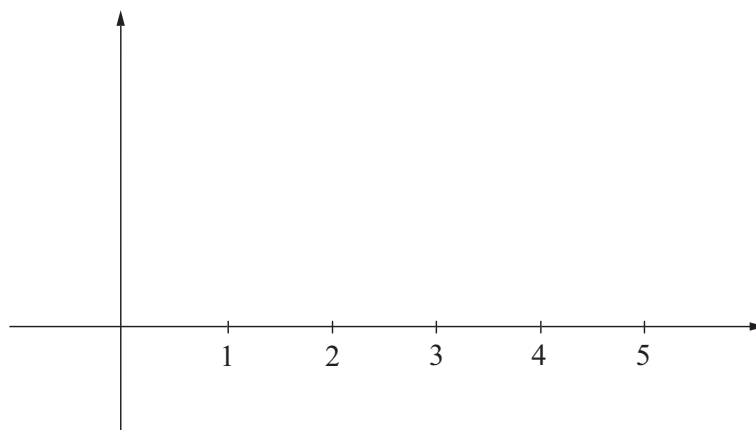
- (i) $\text{Domínio}(f) = [-5, 5]$
- (ii) $f(0) = 0$ e $f'(-4) = f'(-2) = f'(2) = f'(4) = 0$
- (iii) $f'(x) > 0$ se $x \in (-5, -4) \cup (2, 4) \cup (4, 5)$
- (iv) $f'(x) < 0$ se $x \in (-4, -2) \cup (-2, 2)$
- (v) $f''(x) > 0$ se $x \in (-3, -2) \cup (-1, 3) \cup (4, 5)$
- (vi) $f''(x) < 0$ se $x \in (-5, -3) \cup (-2, -1) \cup (3, 4)$

(a) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é crescente.

(b) Determine, se houver, os valores de x nos quais f tem máximo local.

(c) Determine, se houver, a coordenada x dos pontos de inflexão de f .

(d) Esboce o gráfico da função f no intervalo $[0, 5]$. No mesmo intervalo, esboce também, pontilhadas, as retas tangentes ao gráfico de f nos pontos de inflexão.



Questão 2

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x-16,8) + a_2(x-16,8)^2 + a_3(x-16,8)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(16,8) = P(16,8), f'(16,8) = P'(16,8), f''(16,8) = P''(16,8) \text{ e } f'''(16,8) = P'''(16,8).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 16,8$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 16,8$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

Questão 3

Considere as funções f e q definidas em \mathbb{R} tais que:

$$f(x) = \cos(2x) + \sin^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + \left(-\frac{1}{100} + 2\pi\right)x - \pi^2 + 1 + \frac{\pi}{100}$$

- (a) O gráfico de q é tangente ao gráfico de f para $x = \pi$?
- (b) Podemos afirmar que, no intervalo $[3, 4]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,06$?
- (c) Podemos afirmar que, no intervalo $[2, 5; 3, 77]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,06$?

Questão 4

Quando o ar se expande adiabaticamente (sem ganhar ou perder calor), sua pressão P e volume V estão relacionados pela equação $PV^{7/5} = C$, onde C é uma constante. Em um certo instante, o volume é 400 cm^3 , a pressão é 70 kPa , e a pressão está decrescendo a uma taxa de 10 kPa/min . A que taxa está variando o volume nesse instante?

Resposta: _____

Obs: Forneça as unidades na sua resposta.

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de novembro de 2011

(versão Vb)

Início: 15:00 Término: 16:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

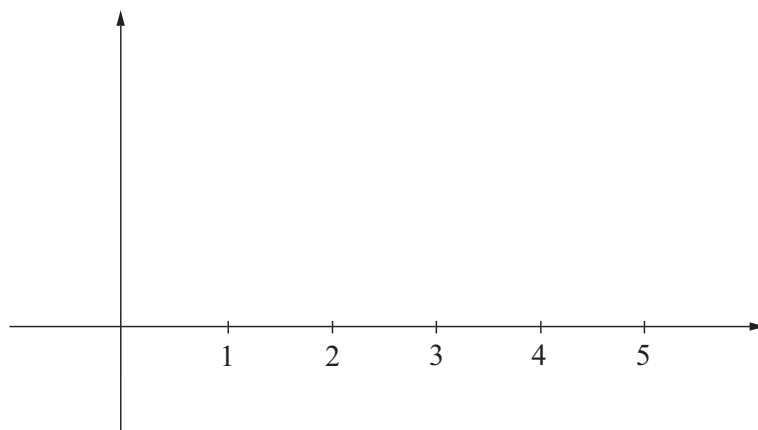
| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 2,0 | | |
| 2 ^a | 2,0 | | |
| 3 ^a | 2,0 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |
| Prova | 8,0 | | |
| Teste | 2,0 | | |
| G3 | 10,0 | | |

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere a função f que satisfaz todas as condições dadas abaixo.

- (i) $\text{Domínio}(f) = [-5, 5]$
 - (ii) $f(0) = 0$ e $f'(-4) = f'(-2) = f'(2) = f'(4) = 0$
 - (iii) $f'(x) < 0$ se $x \in (-5, -4) \cup (2, 4) \cup (4, 5)$
 - (iv) $f'(x) > 0$ se $x \in (-4, -2) \cup (-2, 2)$
 - (v) $f''(x) < 0$ se $x \in (-3, -2) \cup (-1, 3) \cup (4, 5)$
 - (vi) $f''(x) > 0$ se $x \in (-5, -3) \cup (-2, -1) \cup (3, 4)$
- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais f é decrescente.
- (b) Determine, se houver, os valores de x nos quais f tem máximo local.
- (c) Determine, se houver, a coordenada x dos pontos de inflexão de f .
- (d) Esboce o gráfico da função f no intervalo $[0, 5]$. No mesmo intervalo, esboce também, pontilhadas, as retas tangentes ao gráfico de f nos pontos de inflexão.



Questão 5

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x - 19,9) + a_2(x - 19,9)^2 + a_3(x - 19,9)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os valores de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(19,9) = P(19,9), f'(19,9) = P'(19,9), f''(19,9) = P''(19,9) \text{ e } f'''(19,9) = P'''(19,9).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{15em}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 19,9$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 19,9$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que $0,1$. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

Questão 5

Considere as funções f e q definidas em \mathbb{R} tais que:

$$f(x) = \cos(2x) + \sin^2(x) \quad \text{e} \quad q(x) = -x^2 + \left(-\frac{1}{100} + 2\pi\right)x - \pi^2 + 1 + \frac{\pi}{100}$$

- (a) O gráfico de q é tangente ao gráfico de f para $x = \pi$?
- (b) Podemos afirmar que, no intervalo $[2, 9; 3, 1]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,06$?
- (c) Podemos afirmar que, no intervalo $[2, 5; 3, 79]$, q é uma aproximação de f com erro menor que $0,06$?

Questão 4

Quando o ar se expande adiabaticamente (sem ganhar ou perder calor), sua pressão P e volume V estão relacionados pela equação $PV^{7/5} = C$, onde C é uma constante. Em um certo instante, o volume é 400 cm^3 , a pressão é 80 kPa , e a pressão está decrescendo a uma taxa de 10 kPa/min . A que taxa está variando o volume nesse instante?

Resposta: _____

Obs: Forneça as unidades na sua resposta.