

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 28 novembro de 2011

(versão I)

Início: 9:00 Término: 10:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,5		
2 ^a	2,5		
3 ^a	2,5		
4 ^a	2,5		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere os números reais A , B , C , D e E de acordo com as definições a seguir:

(i) $A = f(6)$, onde a função f é dada por $f(x) = \cos(x)$

(ii) $B = g\left(\frac{5\pi}{4}\right)$, onde a função g é dada por $g(x) = \sin(x)$

(iii) C satisfaz a equação $\frac{5}{2} - \frac{x+2}{2} = 3$

(iv) $D = h(6)$, onde função h é dada por $h(x) = \pi \cos(2\pi)$

(v) $E = j'(5)$, onde a função j é dada por $j(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Escreva os números reais A , B , C , D e E em ordem crescente.

Resposta: _____

Questão 2

Considere a função f cujo gráfico é o semi-círculo superior de centro $(0, 0)$ e raio 5.

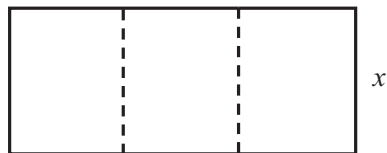
(a) Encontre a expressão de f .

(b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 1/2$.

(c) Considere a função g cujo gráfico é o semi-círculo inferior de centro $(\pi, -\sqrt{3})$ e raio 5. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de g em $x = 1/2 + \pi$.

Questão 3

Um fazendeiro decide destinar uma área retangular de 800m^2 do seu terreno aos seus 3 filhos. Esta área deve ser cercada e dividida em 3 partes iguais como na figura abaixo. A cerca escolhida para a parte externa custa 40 reais por metro, ao passo que a cerca que será usada para dividir o espaço interno custa 20 reais por metro. Considere x a largura do terreno como na figura.



(a) Dê o domínio e a expressão da função G , que fornece o gasto do fazendeiro com as cercas em termos de x .

(b) Dê o valor de x que minimiza G .

Questão 4

Considere a função $f : \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2\pi - x - \sin(x)$.

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos nos quais f é crescente.

(a.2) Os intervalos nos quais f é decrescente.

(a.3) Os valores de x nos quais a função f tem máximo local.
(Justifique baseando-se nos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de x nos quais a função f tem mínimo local.
(Justifique baseando-se nos itens (a.1) e (a.2).)

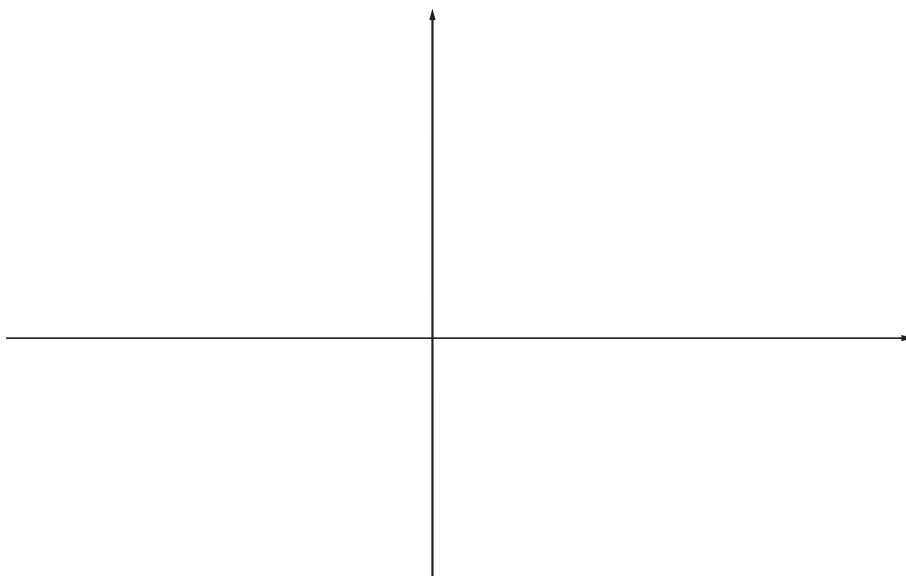
(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos nos quais f tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos nos quais f tem concavidade para baixo.

(b.3) Os valores de x nos quais a função f tem pontos de inflexão.
(Justifique baseando-se nos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de f que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de f no(s) ponto(s) de inflexão.



CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 28 novembro de 2011

(versão II)

Início: 9:00 Término: 10:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,5		
2 ^a	2,5		
3 ^a	2,5		
4 ^a	2,5		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere os números reais A , B , C , D e E de acordo com as definições a seguir:

- (i) $A = f(6)$, onde a função f é dada por $f(x) = \cos(x)$
- (ii) $B = g\left(\frac{5\pi}{4}\right)$, onde a função g é dada por $g(x) = \sin(x)$
- (iii) C satisfaz a equação $\frac{5}{2} - \frac{x+2}{2} = 3$
- (iv) $D = h'(5)$, onde a função h é dada por $h(x) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
- (v) $E = j(6)$, onde função j é dada por $j(x) = \pi \cos(2\pi)$

Escreva os números reais A , B , C , D e E em ordem crescente.

Resposta: _____

Questão 2

Considere a função f cujo gráfico é o semi-círculo superior de centro $(0, 0)$ e raio 3.

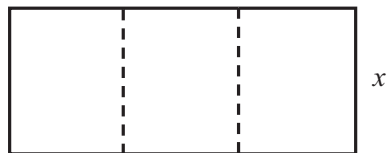
(a) Encontre a expressão de f .

(b) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 1/2$.

(c) Considere a função g cujo gráfico é o semi-círculo inferior de centro $(\pi, -\sqrt{5})$ e raio 3. Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de g em $x = 1/2 + \pi$.

Questão 3

Um fazendeiro decide destinar uma área retangular de 800m^2 do seu terreno aos seus 3 filhos. Esta área deve ser cercada e dividida em 3 partes iguais como na figura abaixo. A cerca escolhida para a parte externa custa 40 reais por metro, ao passo que a cerca que será usada para dividir o espaço interno custa 30 reais por metro. Considere x a largura do terreno como na figura.



(a) Dê o domínio e a expressão da função G , que fornece o gasto do fazendeiro com as cercas em termos de x .

(b) Dê o valor de x que minimiza G .

Questão 4

Considere a função $f : [-\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2\pi + x - \cos(x)$.

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos nos quais f é crescente.

(a.2) Os intervalos nos quais f é decrescente.

(a.3) Os valores de x nos quais a função f tem máximo local.
(Justifique baseando-se nos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de x nos quais a função f tem mínimo local.
(Justifique baseando-se nos itens (a.1) e (a.2).)

(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos nos quais f tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos nos quais f tem concavidade para baixo.

(b.3) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.
(Justifique baseando-se nos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de f que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de f no(s) ponto(s) de inflexão.

