

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 21 de maio de 2012

(versão Ia)

Início: 7:00 Término: 8:40

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,5		
4 ^a	1,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G2	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 7x + k$ e a reta, r , de equação $y = -x + 7$. Sabendo que a reta r é tangente ao gráfico de f em um ponto P :

- (a) Determine as coordenadas de P .

Resposta: _____

- (b) Determine o valor da constante k .

Resposta: _____

Questão 2

Considere a função $f : (\sqrt{3}, 20] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3} - x} + 2$.

Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (\sqrt{3}, 2)$ é mínima. Determine esta distância mínima.

Resposta: _____

- (b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (\sqrt{3}, 2)$ é máxima. Determine esta distância máxima.

Resposta: _____

Questão 3

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 8x^3 + 53x^2 + \frac{350}{3}x + \frac{2033}{27}$.

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos em que f é crescente.

(a.2) Os intervalos em que f é decrescente.

(a.3) Os valores de x para os quais a função f tem máximo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de x para os quais a função f tem mínimo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

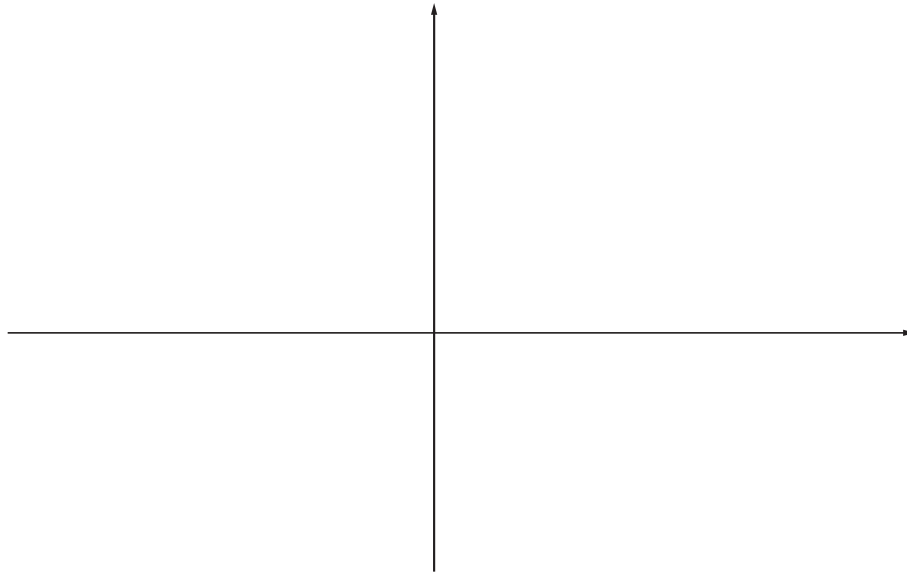
(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos onde f tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos onde f tem concavidade para baixo.

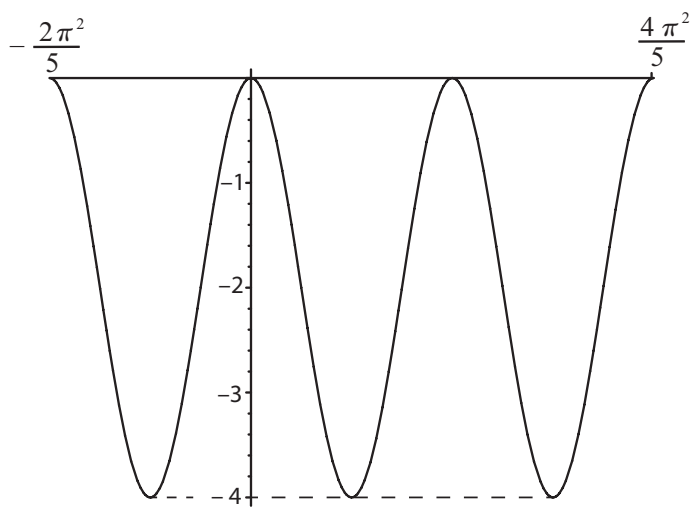
(b.3) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de f que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Marque no seu gráfico pelo menos um ponto $(x_0, f(x_0))$ com valores explícitos de x_0 e $f(x_0)$. Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de f nos pontos em que a derivada é zero e nos pontos de inflexão.



Questão 4

A figura abaixo mostra o gráfico da função trigonométrica g definida no intervalo $\left[-\frac{2\pi^2}{5}, \frac{4\pi^2}{5}\right]$.



- (a) Determine o período de g .
- (b) Determine uma possível expressão para $g(x)$.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PUC-RIO

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 21 de maio de 2012

(versão Ib)

Início: 7:00 Término: 8:40

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,5		
4 ^a	1,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G2	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 7x + k$ e a reta, r , de equação $y = -x + 5$. Sabendo que a reta r é tangente ao gráfico de f em um ponto P :

- (a) Determine as coordenadas de P .

Resposta: _____

- (b) Determine o valor da constante k .

Resposta: _____

Questão 2

Considere a função $f : (\sqrt{5}, 20] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{1}{\sqrt{5} - x} + 2$.

Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (\sqrt{5}, 2)$ é mínima. Determine esta distância mínima.

Resposta: _____

- (b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (\sqrt{5}, 2)$ é máxima. Determine esta distância máxima.

Resposta: _____

Questão 3

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -8x^3 + 53x^2 - \frac{350}{3}x + \frac{2033}{27}$.

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos em que f é crescente.

(a.2) Os intervalos em que f é decrescente.

(a.3) Os valores de x para os quais a função f tem máximo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de x para os quais a função f tem mínimo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

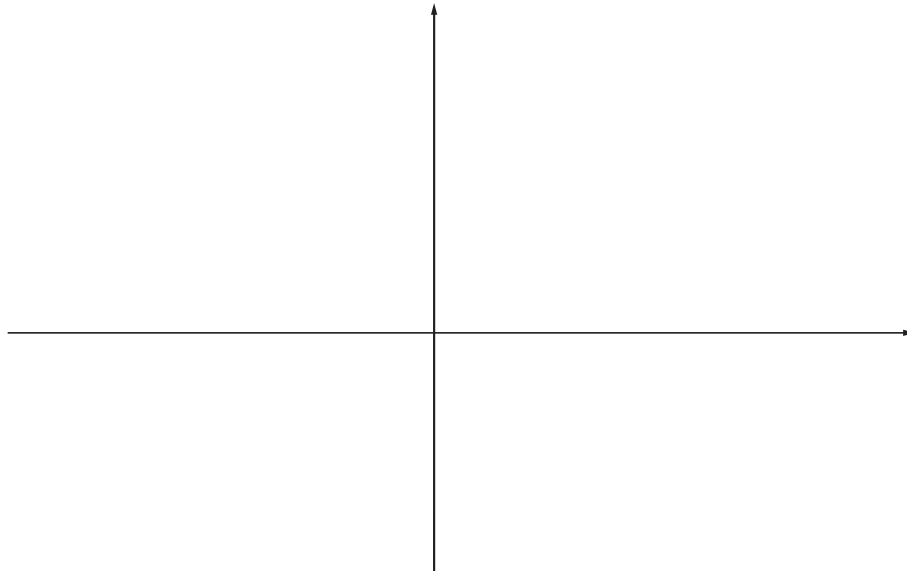
(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos onde f tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos onde f tem concavidade para baixo.

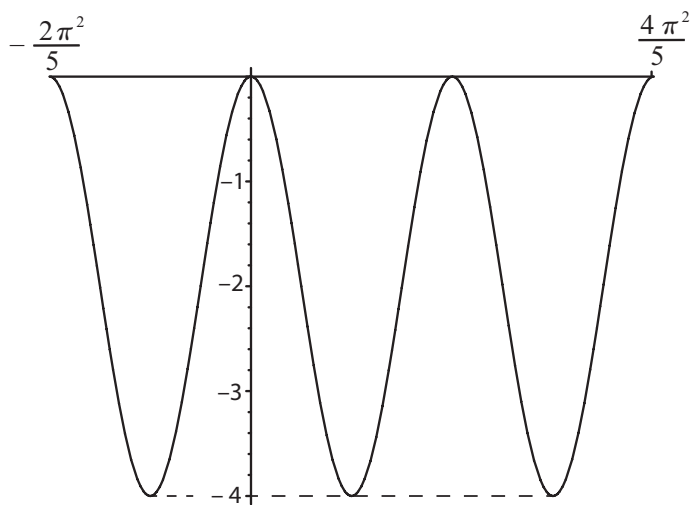
(b.3) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de f que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Marque no seu gráfico pelo menos um ponto $(x_0, f(x_0))$ com valores explícitos de x_0 e $f(x_0)$. Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de f nos pontos em que a derivada é zero e nos pontos de inflexão.



Questão 4

A figura abaixo mostra o gráfico da função trigonométrica g definida no intervalo $\left[-\frac{2\pi^2}{5}, \frac{4\pi^2}{5}\right]$.



- (a) Determine o período de g .
- (b) Determine uma possível expressão para $g(x)$.