

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 21 de maio de 2012

(versão IIa)

Início: 9:00 Término: 10:40

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,5		
4 <sup>a</sup>	1,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G2</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 5x + k$  e a reta,  $r$ , de equação  $y = -3x + 5$ . Sabendo que a reta  $r$  é tangente ao gráfico de  $f$  em um ponto  $P$ :

- (a) Determine as coordenadas de  $P$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Determine o valor da constante  $k$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

## Questão 2

Considere a função  $f : [0, 17] \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{25}{2}$ .

Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s)  $P$  no gráfico de  $f$ , cuja distância ao ponto  $A = (5, 35)$  é mínima. Determine esta distância mínima.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) O(s) ponto(s)  $P$  no gráfico de  $f$ , cuja distância ao ponto  $A = (5, 35)$  é máxima. Determine esta distância máxima.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = -8x^3 + 77x^2 - \frac{740}{3}x + \frac{6830}{27}$ .

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos em que  $f$  é crescente.

(a.2) Os intervalos em que  $f$  é decrescente.

(a.3) Os valores de  $x$  para os quais a função  $f$  tem máximo local.  
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de  $x$  para os quais a função  $f$  tem mínimo local.  
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

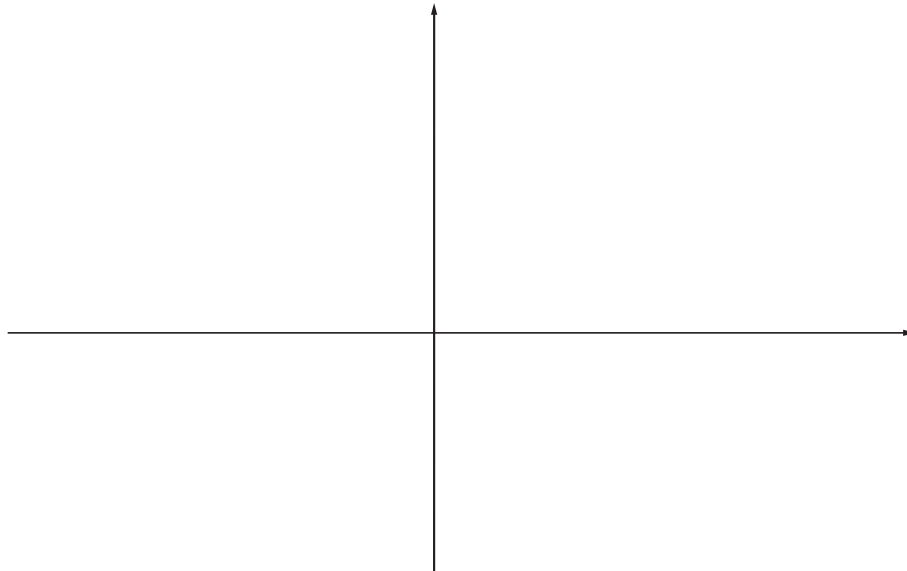
(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos onde  $f$  tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos onde  $f$  tem concavidade para baixo.

(b.3) Os valores de  $x$  para os quais a função  $f$  tem pontos de inflexão.  
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de  $f$  que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Marque no seu gráfico pelo menos um ponto  $(x_0, f(x_0))$  com valores explícitos de  $x_0$  e  $f(x_0)$ . Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de  $f$  nos pontos em que a derivada é zero e nos pontos de inflexão.



#### Questão 4

Considere uma função trigonométrica,  $g$ , com as seguintes características:

- O período de  $g$  é 5
- A imagem de  $g$  é o intervalo  $[-3, 1]$
- $g(0) = -1$

(a) Determine uma possível expressão para  $g(x)$ .

(b) Faça um esboço do gráfico de  $g$ , restrito ao intervalo  $[0, 10]$ .

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 21 de maio de 2012

(versão IIb)

Início: 9:00 Término: 10:40

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,5		
4 <sup>a</sup>	1,5		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G2</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 5x + k$  e a reta,  $r$ , de equação  $y = -2x + 5$ . Sabendo que a reta  $r$  é tangente ao gráfico de  $f$  em um ponto  $P$ :

- (a) Determine as coordenadas de  $P$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Determine o valor da constante  $k$ .

Resposta: \_\_\_\_\_



## Questão 2

Considere a função  $f : \left[0, \frac{143}{10}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 25$ .

Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s)  $P$  no gráfico de  $f$ , cuja distância ao ponto  $A = (5, 35)$  é mínima. Determine esta distância mínima.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) O(s) ponto(s)  $P$  no gráfico de  $f$ , cuja distância ao ponto  $A = (5, 35)$  é máxima. Determine esta distância máxima.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = 8x^3 + 77x^2 + \frac{740}{3}x + \frac{6830}{27}$ .

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos em que  $f$  é crescente.

(a.2) Os intervalos em que  $f$  é decrescente.

(a.3) Os valores de  $x$  para os quais a função  $f$  tem máximo local.  
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de  $x$  para os quais a função  $f$  tem mínimo local.  
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

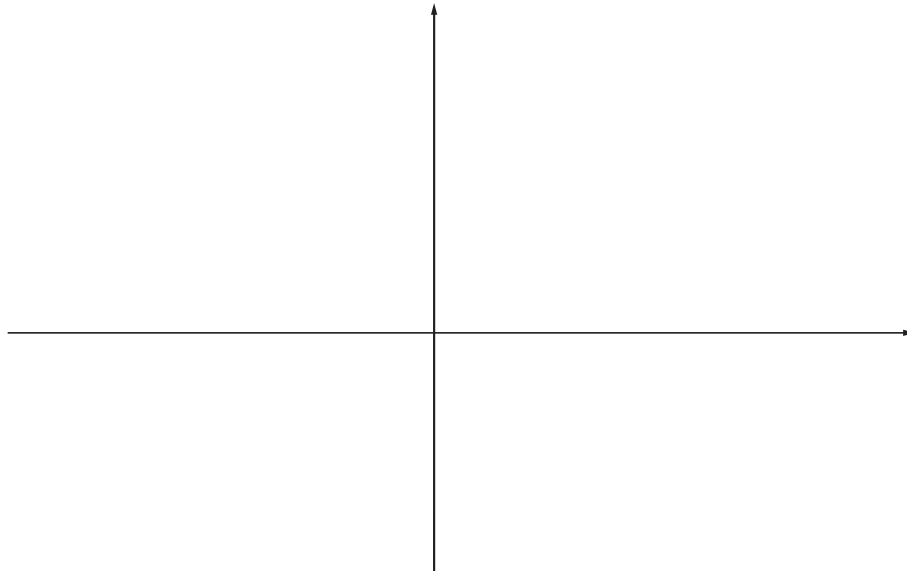
(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos onde  $f$  tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos onde  $f$  tem concavidade para baixo.

(b.3) Os valores de  $x$  para os quais a função  $f$  tem pontos de inflexão.  
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de  $f$  que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Marque no seu gráfico pelo menos um ponto  $(x_0, f(x_0))$  com valores explícitos de  $x_0$  e  $f(x_0)$ . Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de  $f$  nos pontos em que a derivada é zero e nos pontos de inflexão.



#### Questão 4

Considere uma função trigonométrica,  $g$ , com as seguintes características:

- O período de  $g$  é 7
- A imagem de  $g$  é o intervalo  $[-4, 2]$
- $g(0) = -1$

(a) Determine uma possível expressão para  $g(x)$ .

(b) Faça um esboço do gráfico de  $g$ , restrito ao intervalo  $[0, 14]$ .