DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC
MAT1157 – Cálculo a uma Variável A
G2 21 de maio de 2012 (versão IIIa)
Início: 11:00 Término: 12:40

Nome:____

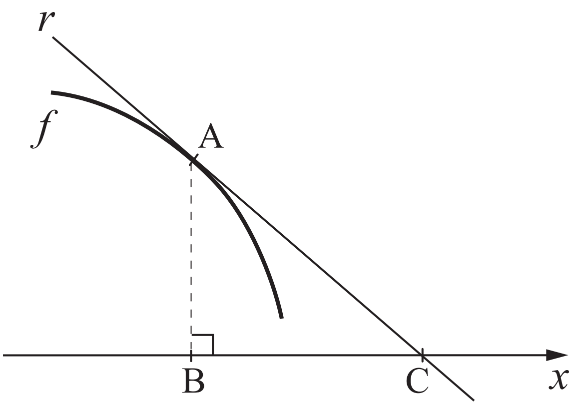
Matrícula:________________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$2,0$		
2^a	$2,0$		
3^a	$2,5$		
4^a	$1,5$		
Prova	$8,0$		
Teste	$2,0$		
G2	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  – O plano geral da resolução deve estar claro.
  – As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  – Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  – Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja f uma função derivável. A figura abaixo mostra a reta r, tangente ao gráfico de f, no ponto $A = (4, 8)$. Sabendo que o triângulo ABC é retângulo e isósceles, determine $f'(4)$.



Resposta:____

Questão 2

Considere a função $f : (2\,, 10] \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$.
Determine, se houver:

(a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f, cuja distância ao ponto $A = (1, 1)$ é mínima. Determine esta distância mínima.

Resposta:____

(b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f, cuja distância ao ponto $A = (1, 1)$ é máxima. Determine esta distância máxima.

Resposta:____

Questão 3

Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \frac{3}{10}x^4 - 16x^3 - 120x^2$.

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos em que f é crescente.

(a.2) Os intervalos em que f é decrescente.

(a.3) Os valores de x para os quais a função f tem máximo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de x para os quais a função f tem mínimo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

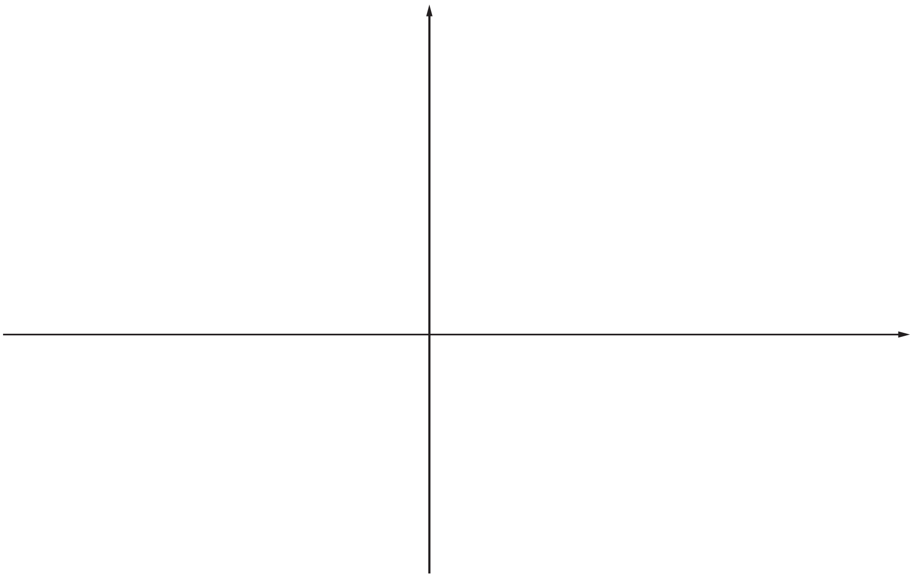
(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos onde f tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos onde f tem concavidade para baixo.

(b.3) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de f que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Marque no seu gráfico pelo menos um ponto $(x_0, f(x_0))$ com valores explícitos de x_0 e $f(x_0)$. Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de f nos pontos em que a derivada é zero e nos pontos de inflexão.



Questão 4

Considere uma função trigonométrica, g, com as seguintes características:

- O período de g é 3.
- A imagem de g é o intervalo $[-1,\ 5]$.
- $g(0) = 5$.

(a) Determine uma possível expressão para $g(x)$.

(b) Faça um esboço do gráfico de g, restrito ao intervalo $[-3, 3]$.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 21 de maio de 2012 (versão IIIb)

Início: 11:00 Término: 12:40

Nome:____

Matrícula:________________________________ Turma:____________

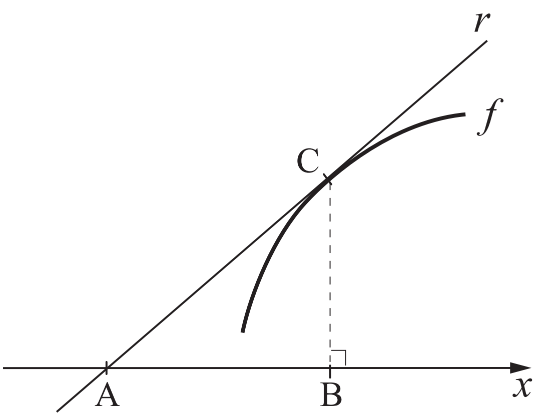
Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$2,0$		
2^a	$2,0$		
3^a	$2,5$		
4^a	$1,5$		

Prova	$8,0$		
Teste	$2,0$		
G2	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja f uma função derivável. A figura abaixo mostra a reta r, tangente ao gráfico de f, no ponto $C = (-3, 6)$. Sabendo que o triângulo ABC é retângulo e isósceles, determine $f'(-3)$.



Resposta:____

Questão 2

Considere a função $f : (3\,,11] \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$.
Determine, se houver:

(a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f, cuja distância ao ponto $A = (2,1)$ é mínima. Determine esta distância mínima.

Resposta:____

(b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f, cuja distância ao ponto $A = (2,1)$ é máxima. Determine esta distância máxima.

Resposta:____

Questão 3

Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \dfrac{3}{10}x^4 + 16x^3 - 120x^2$.

(a) Determine, se houver:

(a.1) Os intervalos em que f é crescente.

(a.2) Os intervalos em que f é decrescente.

(a.3) Os valores de x para os quais a função f tem máximo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

(a.4) Os valores de x para os quais a função f tem mínimo local.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (a.1) e (a.2).)

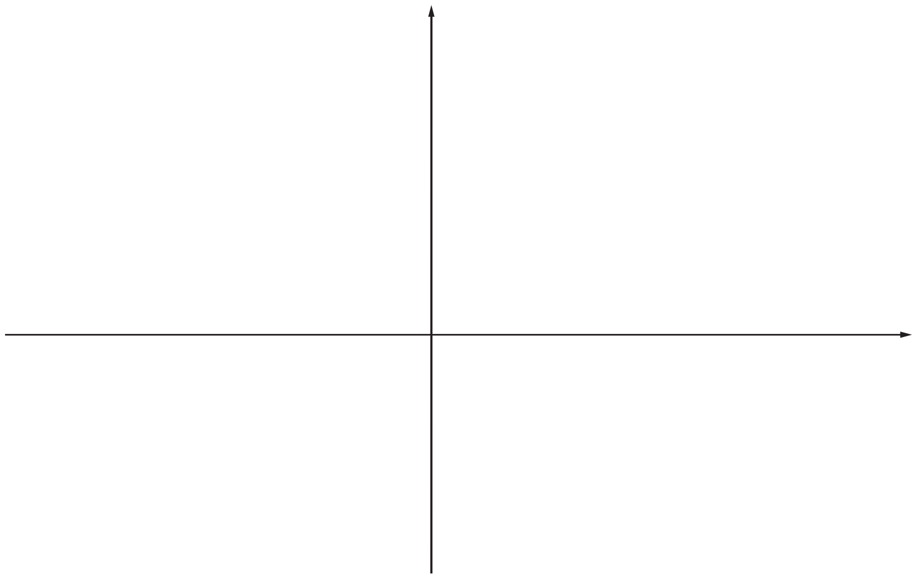
(b) Determine, se houver:

(b.1) Os intervalos onde f tem concavidade para cima.

(b.2) Os intervalos onde f tem concavidade para baixo.

(b.3) Os valores de x para os quais a função f tem pontos de inflexão.
(Justifique baseando-se nas respostas dos itens (b.1) e (b.2).)

(c) Faça um esboço do gráfico de f que mostre as respostas de todos os itens anteriores. Marque no seu gráfico pelo menos um ponto $(x_0, f(x_0))$ com valores explícitos de x_0 e $f(x_0)$. Esboce também, pontilhadas, a(s) reta(s) tangente(s) ao gráfico de f nos pontos em que a derivada é zero e nos pontos de inflexão.



Questão 4

Considere uma função trigonométrica, g, com as seguintes características:

- O período de g é 5.
- A imagem de g é o intervalo $[-1,\ 3]$.
- $g(0) = 3$.

(a) Determine uma possível expressão para $g(x)$.

(b) Faça um esboço do gráfico de g, restrito ao intervalo $[-5, 5]$.