MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DO G1 – Ia em 10 setembro de 2012

Questão 1.

Seja $P = (x, x^2)$ no conjuto $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 |\, x^2 = y\}$. A distância entre A e P é igual à distância entre B e $P \iff$

$$(x-0)^2 + (x^2-4)^2 = (x-3)^2 + (x^2-6)^2 \quad \iff$$

$$x = -\frac{3}{4} + \frac{5\sqrt{5}}{4} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{3}{4} - \frac{5\sqrt{5}}{4}\,.$$

```
> solve( (x-0)^2 + (x^2-4)^2 = (x-3)^2 + (x^2-6)^2);
```

Resposta: $P_1 = \left(-\frac{3}{4} + \frac{5\sqrt{5}}{4}, \left(-\frac{3}{4} + \frac{5\sqrt{5}}{4}\right)^2\right)$ e $P_2 = \left(-\frac{3}{4} - \frac{5\sqrt{5}}{4}, \left(-\frac{3}{4} - \frac{5\sqrt{5}}{4}\right)^2\right)$.

Questão 2.

(a) $D = \left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{15}{8}\right)$ “ `> f(3/2) ;` ”

$C = (x, g(x)) = \left(x, \frac{15}{8}\right)$ “ `> solve(g(x)=15/8) ;` ”

$C = \left(4 + \frac{\sqrt{6}}{4}, \frac{15}{8}\right)$.

(b) $B = \left(4 + \frac{\sqrt{6}}{4}, 0\right)$. Assim,

$$\text{Área} = |AB| \cdot |AD| = \left(4 + \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \left|f\left(\frac{3}{2}\right)\right| = \left(4 + \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{15}{8}\,.$$

Questão 3.

(a)

$$f(x) = \mu\,(x+1)(x-4)$$
$$-2 = f(0) = \mu\,(0+1)(0-4)$$
$$\mu = \frac{1}{2}$$

Resposta: $f(x) = \dfrac{1}{2}\,(x+1)(x-4)$

(b)

$$x_v = \frac{-1+4}{2} = \frac{3}{2}$$

$$TM = \frac{f(3/2) - f(-1)}{3/2 - (-1)} = \frac{-25/8}{5/2} = -\frac{5}{4}$$

(c) Como o coeficiente principal de $f(x)$ é positivo, $\mathrm{Im}(f) = [f(x_v), \infty) = [-25/8, \infty)$.

Questão 4.

Seja $h(x)$ a altura do triângulo em termos de x. Temos $\dfrac{x\,h(x)}{2} = 12$ e $h(x) = \dfrac{24}{x}$.

(a) Domínio: $x \leq 21$ (= medida da base do retângulo). Como $h(x) = \dfrac{24}{x} \leq 42$ (=altura do retângulo), temos e $x \geq \dfrac{24}{42} = \dfrac{4}{7}$. $\mathrm{Dom}(P) = [4/7,\ 21]$.

Seja $l(x)$ a medida do lado AC em termos de x. Temos $(l(x))^2 = \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + (h(x))^2$ e $P(x) = x + 2\,l(x) = x + 2\sqrt{\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{24}{x}\right)^2}$.

(b)

```
> P:=x->x+2*sqrt((x/2))^2 + (24/x)^2);
```

Com “ `>plot(P(x), x=4/7..21);` ” vemos onde P tem mínimo global.

Escolhendo $x = 5,264296$ em “`>plot(P(x), x=5.25..5.28);` ” temos

$erro < 5,28 - 5,25 = 0,03$.

Resposta: $x = 5,264296$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DO G1 – Ib em 10 setembro de 2012

Questão 1.

Seja $P = (x, x^2)$ no conjuto $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | \, x^2 = y\}$. A distância entre A e P é igual à distância entre B e $P \iff$

$$(x-0)^2 + (x^2-5)^2 = (x-3)^2 + (x^2-8)^2 \iff$$

$$x = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2} \quad \text{ou} \quad x = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}.$$

```
> solve( (x-0)^2 + (x^2-5)^2 = (x-3)^2 + (x^2-8)^2);
```

Resposta: $P_1 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}, \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{33}}{2}\right)^2\right)$ e $P_2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}, \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}\right)^2\right)$.

Questão 2.

(a) $D = \left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{15}{16}\right)$ “ `> f(3/2) ;` ”

$C = (x, g(x)) = \left(x, \frac{15}{16}\right)$ “ `> solve(g(x)=15/16) ;` ”

$C = \left(4 + \frac{\sqrt{11}}{4}, \frac{15}{16}\right).$

(b) $B = \left(4 + \frac{\sqrt{11}}{4}, 0\right)$. Assim,

Área $= |AB| \cdot |AD| = \left(4 + \frac{\sqrt{11}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \left|f\left(\frac{3}{2}\right)\right| = \left(4 + \frac{\sqrt{11}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{15}{16}$.

Questão 3.

(a)

$$f(x) = \mu\,(x+1)(x-6)$$
$$-4 = f(0) = \mu\,(0+1)(0-6)$$
$$\mu = \frac{2}{3}$$

Resposta: $f(x) = \dfrac{2}{3}\,(x+1)(x-6)$

(b)

$$x_v = \frac{-1+6}{2} = \frac{5}{2}$$

$$TM = \frac{f(5/2) - f(-1)}{5/2-(-1)} = \frac{-49/6}{7/2} = -\frac{7}{3}$$

(c) Como o coeficiente principal de $f(x)$ é positivo, $\mathrm{Im}(f) = [f(x_v), \infty) = [-49/6, \infty)$.

Questão 4.

Seja $h(x)$ a altura do triângulo em termos de x. Temos $\dfrac{x\,h(x)}{2} = 10$ e $h(x) = \dfrac{20}{x}$.

(a) Domínio: $x \leq 19$ (= medida da base do retângulo). Como $h(x) = \dfrac{20}{x} \leq 38$ (=altura do retângulo), temos e $x \geq \dfrac{20}{38} = \dfrac{10}{19}$. Dom$(P) = [10/19,\ 19]$.

Seja $l(x)$ a medida do lado AC em termos de x. Temos $(l(x))^2 = \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + (h(x))^2$ e $P(x) = x + 2\,l(x) = x + 2\sqrt{\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{20}{x}\right)^2}$.

(b)

```
> P:=x->x+2*sqrt((x/2))^2 + (20/x)^2);
```

Com “ `>plot(P(x), x=10/19..19);` ” vemos onde P tem mínimo global.

Escolhendo $x = 4,8056228$ em “`>plot(P(x), x=4.79..4.82);` ” temos

$erro < 4,82 - 4,79 = 0,03$.

Resposta: $x = 4,8056228$