MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DO G1 – IIa   em 10 setembro de 2012

Questão 1.

Seja $P = (x, 5\sqrt{x})$ um ponto do gráfico de f. A distância entre A e P é igual à distância entre B e P $\Longleftrightarrow$

$$(x-0)^2 + (5\sqrt{x}-7)^2 = (x-3)^2 + (5\sqrt{x}-5)^2 \quad \Longleftrightarrow$$

$$x = \frac{55}{18} + \frac{5\sqrt{10}}{9} \quad \text{ou} \quad x = \frac{55}{18} - \frac{5\sqrt{10}}{9}\,.$$

```
> solve( (x-0)^2 + (5*sqrt(x)-7)^2 = (x-3)^2 + (5*sqrt(x)-5)^2);
```

Resposta: $P_1 = \left(\frac{55}{18} + \frac{5\sqrt{10}}{9}, 5\sqrt{\frac{55}{18} + \frac{5\sqrt{10}}{9}}\right)$ e $P_2 = \left(\frac{55}{18} - \frac{5\sqrt{10}}{9}, 5\sqrt{\frac{55}{18} - \frac{5\sqrt{10}}{9}}\right)$.

Questão 2.

(a) $B = \left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{8}\right)$ “ `> f(3/2) ;` ”

$C = (x, g(x)) = \left(x, -\frac{15}{8}\right)$ “ `> solve(g(x)=-15/8) ;` ”

$C = \left(4 + \frac{\sqrt{26}}{4}, -\frac{15}{8}\right)$.

(b) $D = \left(4 + \frac{\sqrt{26}}{4}, 0\right)$. Assim,

$$\text{Área} = |AD| \cdot |AB| = \left(4 + \frac{\sqrt{26}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \left|f\left(\frac{3}{2}\right)\right| = \left(4 + \frac{\sqrt{26}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{15}{8}\,.$$

Questão 3.

(a)

$$f(x) = \mu\,(x+1)(x-5)$$
$$3 = f(0) = \mu\,(0+1)(0-5)$$
$$\mu = -\frac{3}{5}$$

Resposta: $f(x) = -\dfrac{3}{5}\,(x+1)(x-5)$

(b)

$$x_v = \frac{-1+5}{2} = 2$$

$$TM = \frac{f(5)-f(2)}{5-2} = \frac{0-27/5}{3} = -\frac{9}{5}$$

(c) Como o coeficiente principal de $f(x)$ é negativo, $\mathrm{Im}(f) = (-\infty, f(x_v)] = (-\infty, 27/5]$.

Questão 4.

Seja $h(x)$ a altura do triângulo em termos de x. Temos $\dfrac{x\,h(x)}{2} = 14$ e $h(x) = \dfrac{28}{x}$.

(a) Domínio: $x \leq 23$ (= medida da base do retângulo). Como $h(x) = \dfrac{28}{x} \leq 44$ (=altura do retângulo), temos e $x \geq \dfrac{28}{44} = \dfrac{7}{11}$. Dom$(P) = [7/11,\ 23]$.

Seja $l(x)$ a medida do lado AC em termos de x. Temos $(l(x))^2 = \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + (h(x))^2$ e $P(x) = x + 2\,l(x) = x + 2\sqrt{\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{28}{x}\right)^2}$.

(b)

```
> P:=x->x+2*sqrt((x/2))^2 + (28/x)^2);
```

Com “ `>plot(P(x), x=7/11..23);` ” vemos onde P tem mínimo global.

Escolhendo $x = 5,6860896$ em “`>plot(P(x), x=5.67..5.70);` ” temos

$erro < 5,70 - 5,67 = 0,03$.

Resposta: $x = 5,6860896$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DO G1 – IIb   em 10 setembro de 2012

Questão 1.

Seja $P = (x, 6\sqrt{x})$ um ponto do gráfico de f. A distância entre A e P é igual à distância entre B e P $\iff$

$$(x-0)^2 + (6\sqrt{x}-7)^2 = (x-3)^2 + (6\sqrt{x}-5)^2 \quad \iff$$

$$x = \frac{11}{2} + 2\sqrt{6} \quad \text{ou} \quad x = \frac{11}{2} - 2\sqrt{6}\,.$$

```
> solve( (x-0)^2 + (6*sqrt(x)-7)^2 = (x-3)^2 + (6*sqrt(x)-5)^2);
```

Resposta: $P_1 = \left(\frac{11}{2} + 2\sqrt{6},\, 6\sqrt{\frac{11}{2} + 2\sqrt{6}}\right)$ e $P_2 = \left(\frac{11}{2} - 2\sqrt{6},\, 6\sqrt{\frac{11}{2} - 2\sqrt{6}}\right)$.

Questão 2.

(a) $B = \left(\frac{3}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)\right) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{15}{16}\right)$ “ `> f(3/2) ;` ”

$C = (x, g(x)) = \left(x, -\frac{15}{16}\right)$ “ `> solve(g(x)=-15/16) ;` ”

$C = \left(4 + \frac{\sqrt{21}}{4}, -\frac{15}{16}\right)$.

(b) $D = \left(4 + \frac{\sqrt{21}}{4}, 0\right)$. Assim,

Área $= |AD| \cdot |AB| = \left(4 + \frac{\sqrt{21}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \left|f\left(\frac{3}{2}\right)\right| = \left(4 + \frac{\sqrt{21}}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{15}{16}$.

Questão 3.

(a)

$$f(x) = \mu\,(x+1)(x-7)$$
$$4 = f(0) = \mu\,(0+1)(0-7)$$
$$\mu = -\frac{4}{7}$$

Resposta: $f(x) = -\dfrac{4}{7}\,(x+1)(x-7)$

(b)

$$x_v = \frac{-1+7}{2} = 3$$

$$TM = \frac{f(7)-f(3)}{7-3} = \frac{0-64/7}{4} = -\frac{16}{7}$$

(c) Como o coeficiente principal de $f(x)$ é negativo, $\mathrm{Im}(f) = (-\infty, f(x_v)] = (-\infty, 64/7]$.

Questão 4.

Seja $h(x)$ a altura do triângulo em termos de x. Temos $\dfrac{x\,h(x)}{2} = 8$ e $h(x) = \dfrac{16}{x}$.

(a) Domínio: $x \leq 17$ (= medida da base do retângulo). Como $h(x) = \dfrac{16}{x} \leq 36$ (=altura do retângulo), temos e $x \geq \dfrac{16}{36} = \dfrac{4}{9}$. $\mathrm{Dom}(P) = [4/9,\, 17]$.

Seja $l(x)$ a medida do lado AC em termos de x. Temos $(l(x))^2 = \left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + (h(x))^2$ e $P(x) = x + 2\,l(x) = x + 2\sqrt{\left(\dfrac{x}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{16}{x}\right)^2}$.

(b)

```
> P:=x->x+2*sqrt((x/2))^2 + (16/x)^2);
```

Com " `>plot(P(x), x=4/9..17);` " vemos onde P tem mínimo global.

Escolhendo $x = 4,2982797$ em "`>plot(P(x), x=4.28..4.31);`" temos $erro < 4,31 - 4,28 = 0,03$.

Resposta: $x = 4,2982797$