P1 de Cálculo III
MAT 1163 — 2013.1
3 de abril de 2013

Nome: ____

Assinatura: ____

Matrícula: ______________________________ Turma: ____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1.a	1.0		
1.b	2.0		
2.a	1.5		
2.b	1.5		
3.a	1.0		
3.b	1.0		
3.c	1.5		
3.d	0.5		
Total	10.0		

AVISO : Preencha correta e completamente todos os campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma). Preenchimento errado ou incompleto destes campos será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**

- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Seja $z = f(x, y)$ função de classe C^2 e considere $h(u, v) = f(u + v, u - v)$.

(a) Calcule $\nabla h(u, v)$.

(b) Verifique que

$$\frac{\partial^2 h}{\partial u\,\partial v}(u, v) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(u + v, u - v) - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(u + v, u - v).$$

(sugestão: use a regra da cadeia).

Solução:

Questão 2

Uma partícula se move de acordo com a lei de movimento $\mathbf{r}(t) = (2t, t^2 - 1, t^2 + 1)$, para $t \in \mathbb{R}$.

(a) Determine, caso existam, as posições e velocidades da partícula nos instantes em que ela atinge os plano xOz, xOy e yOz.

(b) Suponha que o plano yOz seja uma parede, de forma que a partícula ao chocar-se com ela, seja instantaneamente refletida e siga a partir daí com movimento retilíneo uniforme. Ache a posição da partícula duas unidades de tempo após o choque.

Solução:

Questão 3

Considere a integral

$$\iint_D xy\,dxdy,$$

onde $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 + 2x^2\}$.

(a) Usando a mudança de variáveis $(x, y) = T(u, v) = (u, (v(1 + u^2))$, esboce cuidadosamente a região D^* tal que $D = T(D^*)$, justificando.

(b) Calcule a derivada $DT(u, v)$.

(c) Calcule a integral dada usando a fórmula de mudança de variáveis.

(d) Cheque o resultado do item (c) calculando a integral nas variáveis x, y.

Solução: