DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 10 de setembro de 2012 (versão IVa)

Início: 13:00 Término: 14:45

Nome:____

Matrícula:_____________________________________ Turma:______________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,5$		
2^a	$2,0$		
3^a	$1,5$		
4^a	$2,0$		

Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G1	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Sejam as funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = 7\,x + 10 \qquad \text{e} \qquad g(x) = -2\,x^2 + 20\,x - 37.$$

Para cada $x \in \mathbb{R}$, considere o segmento de reta vertical com extremos nos pontos $P = (x, f(x))$ e $Q = (x, g(x))$. Determine o comprimento do menor segmento $\overline{PQ}$.

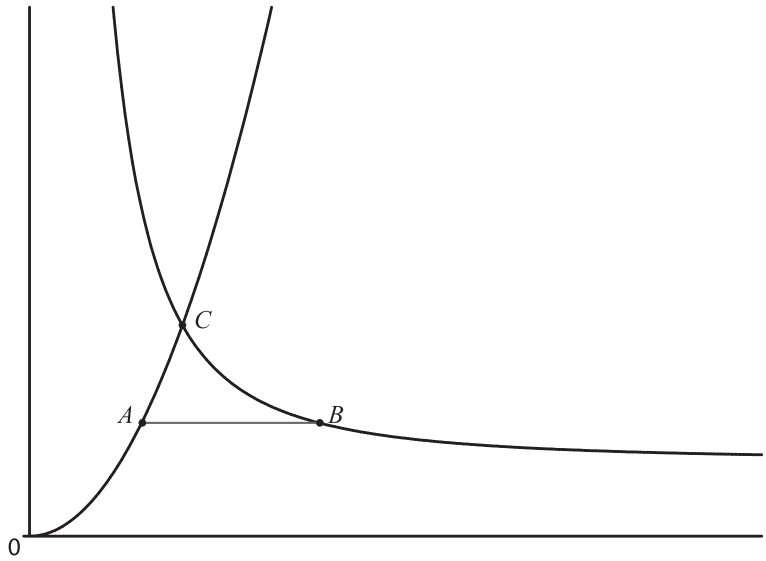
Questão 2

Sejam as funções $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ e $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = \frac{6}{5}x^2 \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{5}{x^2} + 1.$$

Considere os pontos A, B e C, na figura ao lado, tais que:

- A primeira coordenada do ponto A é $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$
- O segmento AB é paralelo ao eixo-x.
- C é o ponto de interseção dos gráficos de f e g.



Determine:

(a) As coordenadas do ponto B.

(b) A área do triângulo de vértices A, B e C.

Questão 3

Seja f uma função cujo gráfico é um semicírculo inferior. Sabendo que f tem máximo em $x_1 = \pi - 2$ e em $x_2 = \pi + 2$, e que o valor mínimo de f é $\pi - 2$, determine:

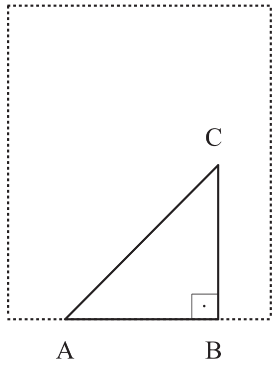
(a) Determine o domínio e a imagem de f.

(b) Determine a expressão de f.

(c) Determine a taxa média de variação de f no intervalo $[\pi, \pi + 2]$.

Questão 4

Seja $\mathcal{R}$ um retângulo de base 27 e altura 48. Um triângulo ABC, retângulo, de área 16, deve ser construído dentro do retângulo $\mathcal{R}$, de forma que sua base AB fique sobre a base do retângulo $\mathcal{R}$. Seja $x = |AB|$.



(a) Determine o domínio e a expressão da função P que fornece o perímetro do triângulo ABC, em termos de x.

(b) Dê uma aproximação com erro menor do que **0,03** para o valor de x que minimiza $P(x)$.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 10 de setembro de 2012 (versão IVb)

Início: 13:00 Término: 14:45

Nome:____

Matrícula:______________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,5$		
2^a	$2,0$		
3^a	$1,5$		
4^a	$2,0$		
Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G1	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Sejam as funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = 8\,x + 11 \qquad \text{e} \qquad g(x) = -2\,x^2 + 19\,x - 37.$$

Para cada $x \in \mathbb{R}$, considere o segmento de reta vertical com extremos nos pontos $P = (x, f(x))$ e $Q = (x, g(x))$. Determine o comprimento do menor segmento $\overline{PQ}$.

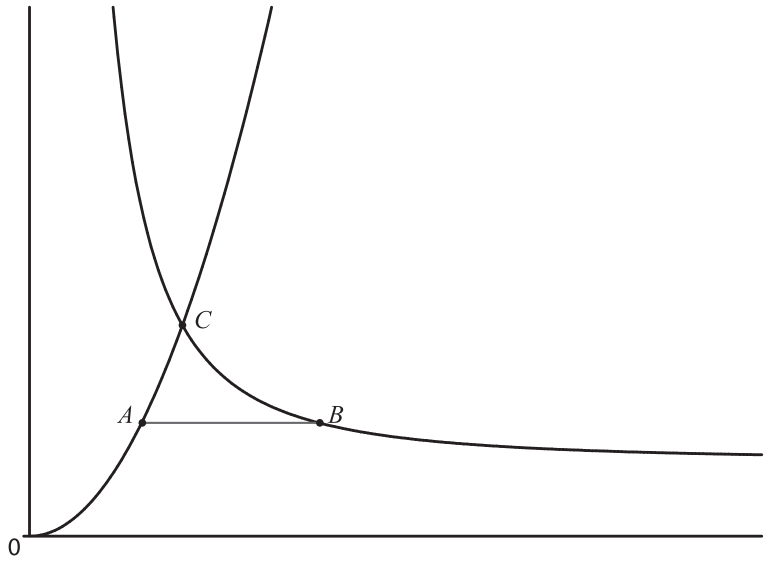
Questão 2

Sejam as funções $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ e $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = \frac{6}{5}x^2 \qquad \text{e} \qquad g(x) = \frac{5}{x^2} + 1.$$

Considere os pontos A, B e C, na figura ao lado, tais que:

- A primeira coordenada do ponto A é $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$
- O segmento AB é paralelo ao eixo-x.
- C é o ponto de interseção dos gráficos de f e g.



Determine:

(a) As coordenadas do ponto B.

(b) A área do triângulo de vértices A, B e C.

Questão 3

Seja f uma função cujo gráfico é um semicírculo inferior. Sabendo que f tem máximo em $x_1 = 2 - \pi$ e em $x_2 = 2 + \pi$, e que o valor mínimo de f é $2 - \pi$, determine:

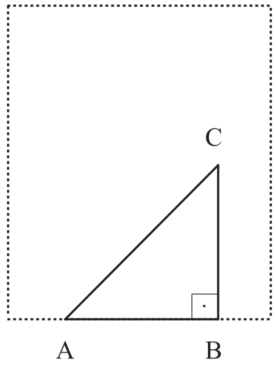
(a) Determine o domínio e a imagem de f.

(b) Determine a expressão de f.

(c) Determine a taxa média de variação de f no intervalo $[2, \pi + 2]$.

Questão 4

Seja $\mathcal{R}$ um retângulo de base 25 e altura 46. Um triângulo ABC, retângulo, de área 14, deve ser construído dentro do retângulo $\mathcal{R}$, de forma que sua base AB fique sobre a base do retângulo $\mathcal{R}$. Seja $x = |AB|$.



(a) Determine o domínio e a expressão da função P que fornece o perímetro do triângulo ABC, em termos de x.

(b) Dê uma aproximação com erro menor do que **0,03** para o valor de x que minimiza $P(x)$.