

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 22 de outubro de 2012

(versão IIIa)

Início: 11:00 Término: 12:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 2,0 | | |
| 2 ^a | 1,5 | | |
| 3 ^a | 1,5 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |
| Prova | 7,0 | | |
| Teste | 3,0 | | |
| G2 | 10,0 | | |

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 2$. Seja $A = (0, 0)$.

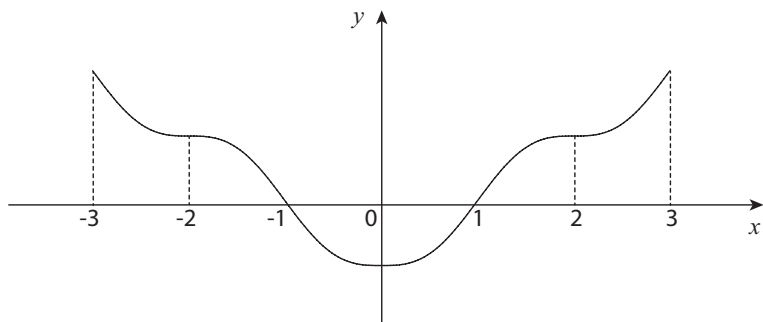
- (a) Determine as equações das duas retas que passam pelo ponto $A = (0, 0)$ e são tangentes ao gráfico de f .

- (b) Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de f e as retas encontradas nos itens anteriores.

A figura obtida mostra o que você esperava? _____ Justifique brevemente:

Questão 2

Seja f uma função duas vezes derivável, definida no intervalo $[-3, 3]$. A figura abaixo mostra o gráfico da primeira derivada de f , isto é, o gráfico de f' .



- (a) Determine, se houver, os intervalos em que f é crescente.
- (b) Determine, se houver, os valores de x nos quais a função f assume mínimo local.
- (c) É correto afirmar que o gráfico de f possui mais de um ponto de inflexão?
- (d) É correto afirmar que a reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$ tem inclinação positiva?

Questão 3

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + 5$.

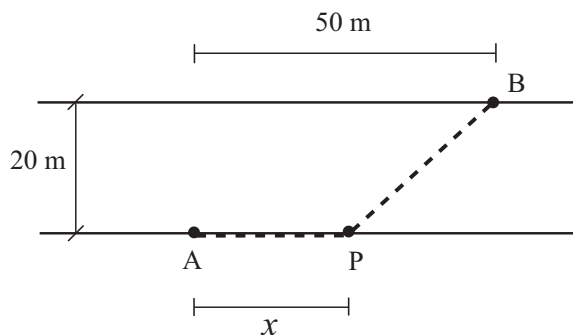
- (a) Sabendo que $P = (2, 7)$ é ponto de inflexão do gráfico de f , determine o valor de a e o valor de b .

- (b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes a e b , respectivamente. Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de f e a reta tangente ao gráfico de f em P .

A figura obtida mostra o que você esperava? _____ Justifique brevemente:

Questão 4

Vamos levar energia elétrica do ponto A fixo, situado numa das margens de um rio de 20 m de largura, ao ponto B fixo, situado na outra margem do rio como mostra a figura abaixo. O fio a ser utilizado na água custa 3 reais o metro. O fio a ser utilizado em terra custa 1 real o metro. Seja x a medida do fio em terra.



(a) Determine o domínio e a expressão da função C que fornece o custo total da fiação, em termos de x .

(b) Determine o valor de x que minimiza o custo total da fiação.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 22 de outubro de 2012

(versão IIIb)

Início: 11:00 Término: 12:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 2,0 | | |
| 2 ^a | 1,5 | | |
| 3 ^a | 1,5 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |
| Prova | 7,0 | | |
| Teste | 3,0 | | |
| G2 | 10,0 | | |

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 3$. Seja $A = (0, 0)$.

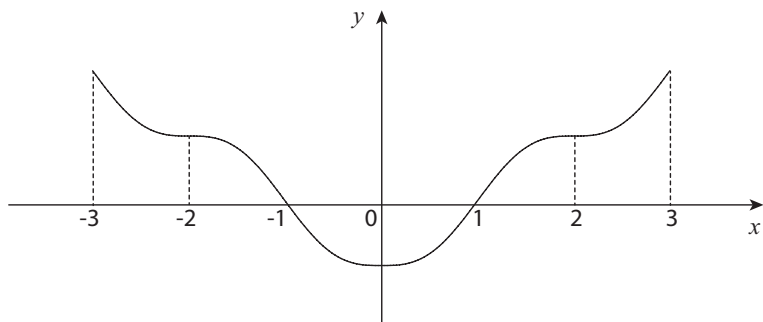
- (a) Determine as equações das duas retas que passam pelo ponto $A = (0, 0)$ e são tangentes ao gráfico de f .

- (b) Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de f e as retas encontradas nos itens anteriores.

A figura obtida mostra o que você esperava? _____ Justifique brevemente:

Questão 2

Seja f uma função duas vezes derivável, definida no intervalo $[-3, 3]$. A figura abaixo mostra o gráfico da primeira derivada de f , isto é, o gráfico de f' .



- (a) Determine, se houver, os intervalos em que f é decrescente.
- (b) Determine, se houver, os valores de x nos quais a função f assume máximo local.
- (c) É correto afirmar que o gráfico de f possui mais de um ponto de inflexão?
- (d) É correto afirmar que a reta tangente ao gráfico de f em $x = -1$ tem inclinação negativa?

Questão 3

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função dada por $f(x) = ax^3 + bx^2 + 5$.

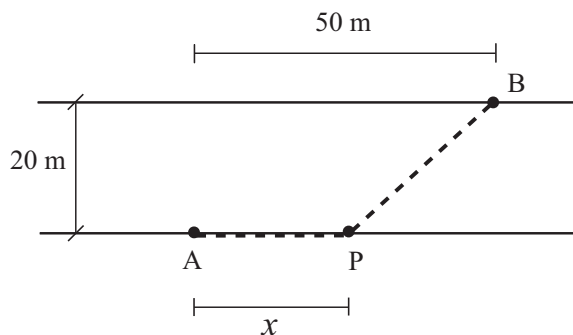
- (a) Sabendo que $P = (2, 3)$ é ponto de inflexão do gráfico de f , determine o valor de a e o valor de b .

- (b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes a e b , respectivamente. Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de f e a reta tangente ao gráfico de f em P .

A figura obtida mostra o que você esperava? _____ Justifique brevemente:

Questão 4

Vamos levar energia elétrica do ponto A fixo, situado numa das margens de um rio de 20 m de largura, ao ponto B fixo, situado na outra margem do rio como mostra a figura abaixo. O fio a ser utilizado na água custa 2 reais o metro. O fio a ser utilizado em terra custa 1 real o metro. Seja x a medida do fio em terra.



(a) Determine o domínio e a expressão da função C que fornece o custo total da fiação, em termos de x .

(b) Determine o valor de x que minimiza o custo total da fiação.