

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 22 de outubro de 2012

(versão IVa)

Início: 13:00 Término: 14:45

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	1,5		
3 <sup>a</sup>	1,5		
4 <sup>a</sup>	2,0		
Prova	7,0		
Teste	3,0		
<b>G2</b>	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

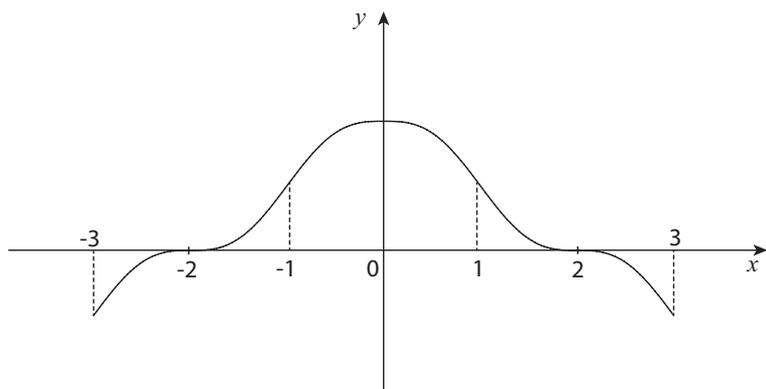
Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = x^3 + 45x^2 + 350x + 3000$ .

- (a) A reta de equação  $y = -82x + 4728$  é tangente ao gráfico de  $f$ ? Se sim, determine o ponto de tangência.

- (b) A reta de equação  $y = -83x + 1806$  é tangente ao gráfico de  $f$ ? Se sim, determine o ponto de tangência.

## Questão 2

Seja  $f$  uma função duas vezes derivável, definida no intervalo  $[-3, 3]$ . A figura abaixo mostra o gráfico da primeira derivada de  $f$ , isto é, o gráfico de  $f'$ .



Em cada item abaixo, decida se a afirmação apresentada é verdadeira ou falsa, justificando a sua resposta.

(a)  $f$  assume mínimo local em  $x = -3$ .

(b) O ponto  $(0, f(0))$  é o único ponto de inflexão do gráfico de  $f$ .

(c) É correto afirmar que  $f''(-1/2) < 0$ .

(d) A reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 1$  tem inclinação negativa.

### Questão 3

Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função dada por  $f(x) = x^4 + ux^3 + vx^2$ .

(a) Sabendo que o gráfico de  $f$  não tem pontos de inflexão e que  $f''(2) = 0$ , determine o valor de  $u$  e o valor de  $v$ .

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes  $u$  e  $v$ , respectivamente.

(b.1) Verifique o valor de  $f''(2)$ .

(b.2) Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de  $f$  e a reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 2$ .

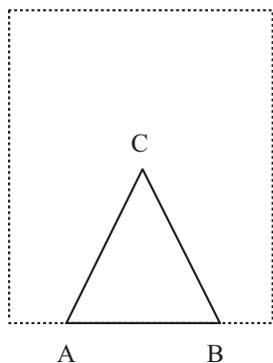
Os resultados obtidos em (b.1) e (b.2) mostram o que você esperava? \_\_\_\_\_  
Justifique brevemente:

---

---

#### Questão 4

Seja  $\mathcal{R}$  um retângulo de base 20 e altura 40. Um triângulo isósceles  $ABC$ , com  $|AC| = |CB|$ , de área 12, deve ser construído dentro do retângulo  $\mathcal{R}$ , de forma que sua base  $AB$  fique sobre a base do retângulo  $\mathcal{R}$ . Seja  $x = |AB|$ .



(a) Determine o domínio e a expressão da função  $P$  que fornece o perímetro do triângulo  $ABC$ , em termos de  $x$ .

(b) Determine o valor de  $x$  que minimiza  $P(x)$ .

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	1,5		
3 <sup>a</sup>	1,5		
4 <sup>a</sup>	2,0		
Prova	7,0		
Teste	3,0		
<b>G2</b>	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

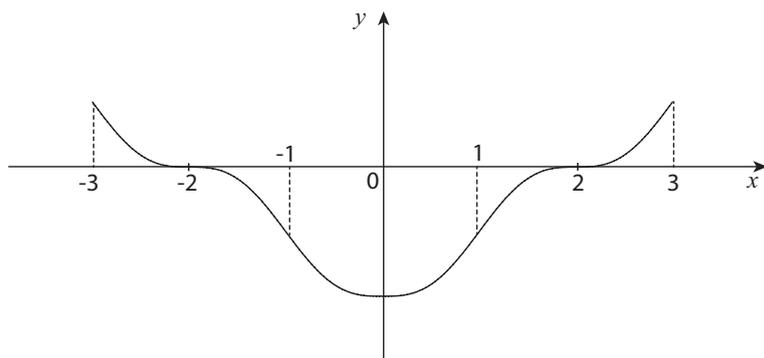
Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = x^3 + 45x^2 + 350x + 3000$ .

- (a) A reta de equação  $y = -83x + 1806$  é tangente ao gráfico de  $f$ ? Se sim, determine o ponto de tangência.

- (b) A reta de equação  $y = -82x + 4728$  é tangente ao gráfico de  $f$ ? Se sim, determine o ponto de tangência.

## Questão 2

Seja  $f$  uma função duas vezes derivável, definida no intervalo  $[-3, 3]$ . A figura abaixo mostra o gráfico da primeira derivada de  $f$ , isto é, o gráfico de  $f'$ .



Em cada item abaixo, decida se a afirmação apresentada é verdadeira ou falsa, justificando a sua resposta.

(a)  $f$  assume máximo local em  $x = -3$ .

(b) O ponto  $(0, f(0))$  é o único ponto de inflexão do gráfico de  $f$ .

(c) É correto afirmar que  $f''(-1/2) > 0$ .

(d) A reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 1$  tem inclinação positiva.

### Questão 3

Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função dada por  $f(x) = x^4 + ux^3 + vx^2$ .

(a) Sabendo que o gráfico de  $f$  não tem pontos de inflexão e que  $f''(3) = 0$ , determine o valor de  $u$  e o valor de  $v$ .

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes  $u$  e  $v$ , respectivamente.

(b.1) Verifique o valor de  $f''(3)$ .

(b.2) Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de  $f$  e a reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 3$ .

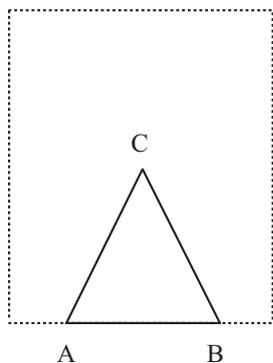
Os resultados obtidos em (b.1) e (b.2) mostram o que você esperava? \_\_\_\_\_  
Justifique brevemente:

---

---

#### Questão 4

Seja  $\mathcal{R}$  um retângulo de base 18 e altura 40. Um triângulo isósceles  $ABC$ , com  $|AC| = |CB|$ , de área 10, deve ser construído dentro do retângulo  $\mathcal{R}$ , de forma que sua base  $AB$  fique sobre a base do retângulo  $\mathcal{R}$ . Seja  $x = |AB|$ .



(a) Determine o domínio e a expressão da função  $P$  que fornece o perímetro do triângulo  $ABC$ , em termos de  $x$ .

(b) Determine o valor de  $x$  que minimiza  $P(x)$ .