

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 22 de outubro de 2012

(versão Va)

Início: 15:00 Término: 16:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 2,0 | | |
| 2 ^a | 1,5 | | |
| 3 ^a | 1,5 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |
| Prova | 7,0 | | |
| Teste | 3,0 | | |
| G2 | 10,0 | | |

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

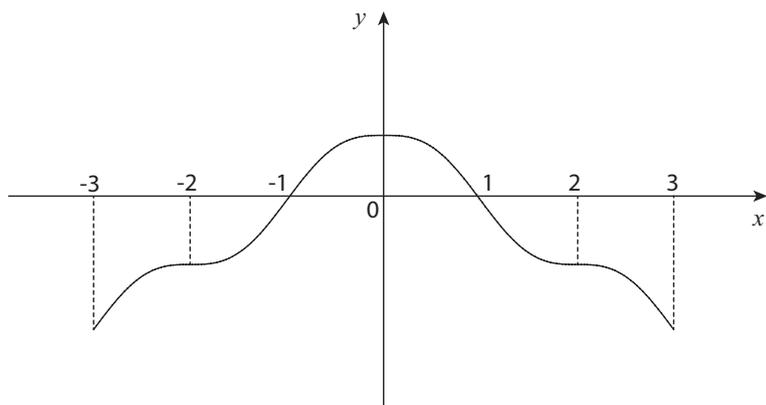
Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^3 + 48x^2 + 443x + 3396$.

- (a) A reta de equação $y = -82x + 4646$ é tangente ao gráfico de f ? Se sim, determine o ponto de tangência.

- (b) A reta de equação $y = -83x + 1723$ é tangente ao gráfico de f ? Se sim, determine o ponto de tangência.

Questão 2

Seja f uma função duas vezes derivável, definida no intervalo $[-3, 3]$. A figura abaixo mostra o gráfico da primeira derivada de f , isto é, o gráfico de f' .



Em cada item abaixo, decida se a afirmação apresentada é verdadeira ou falsa, justificando a sua resposta.

(a) f assume mínimo local em $x = -3$.

(b) O ponto $(0, f(0))$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f .

(c) É correto afirmar que $f''(3/2) > 0$.

(d) A reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$ tem inclinação positiva.

Questão 3

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função dada por $f(x) = x^4 + ux^3 + vx^2$.

(a) Sabendo que o gráfico de f não tem pontos de inflexão e que $f''(5) = 0$, determine o valor de u e o valor de v .

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes u e v , respectivamente.

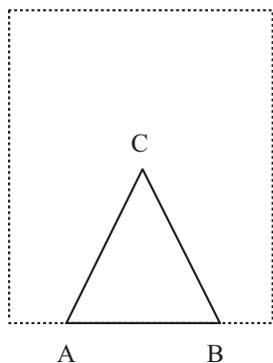
(b.1) Verifique o valor de $f''(5)$.

(b.2) Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de f e a reta tangente ao gráfico de f em $x = 5$.

Os resultados obtidos em (b.1) e (b.2) mostram o que você esperava? _____
Justifique brevemente:

Questão 4

Seja \mathcal{R} um retângulo de base 22 e altura 46. Um triângulo isósceles ABC , com $|AC| = |CB|$, de área 14, deve ser construído dentro do retângulo \mathcal{R} , de forma que sua base AB fique sobre a base do retângulo \mathcal{R} . Seja $x = |AB|$.



(a) Determine o domínio e a expressão da função P que fornece o perímetro do triângulo ABC , em termos de x .

(b) Determine o valor de x que minimiza $P(x)$.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 22 de outubro de 2012

(versão Vb)

Início: 15:00 Término: 16:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 2,0 | | |
| 2 ^a | 1,5 | | |
| 3 ^a | 1,5 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |
| Prova | 7,0 | | |
| Teste | 3,0 | | |
| G2 | 10,0 | | |

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

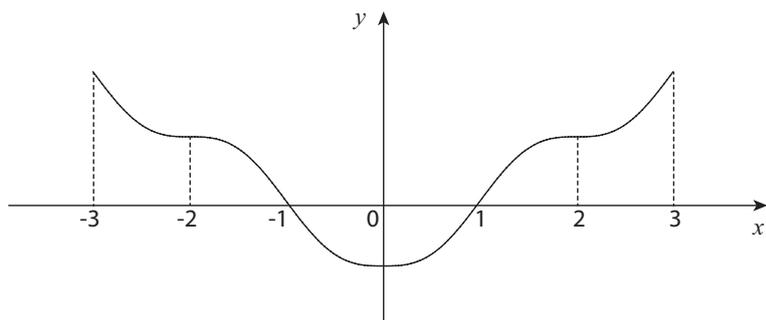
Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = x^3 + 48x^2 + 443x + 3396$.

- (a) A reta de equação $y = -83x + 1723$ é tangente ao gráfico de f ? Se sim, determine o ponto de tangência.

- (b) A reta de equação $y = -82x + 4646$ é tangente ao gráfico de f ? Se sim, determine o ponto de tangência.

Questão 2

Seja f uma função duas vezes derivável, definida no intervalo $[-3, 3]$. A figura abaixo mostra o gráfico da primeira derivada de f , isto é, o gráfico de f' .



Em cada item abaixo, decida se a afirmação apresentada é verdadeira ou falsa, justificando a sua resposta.

(a) f assume máximo local em $x = -3$.

(b) O ponto $(0, f(0))$ é o único ponto de inflexão do gráfico de f .

(c) É correto afirmar que $f''(3/2) < 0$.

(d) A reta tangente ao gráfico de f em $x = -1$ tem inclinação positiva.

Questão 3

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função dada por $f(x) = x^4 + ux^3 + vx^2$.

(a) Sabendo que o gráfico de f não tem pontos de inflexão e que $f''(6) = 0$, determine o valor de u e o valor de v .

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes u e v , respectivamente.

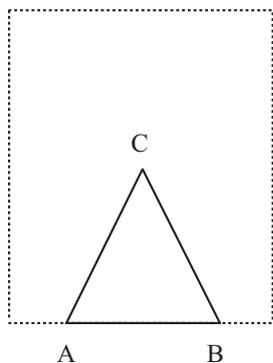
(b.1) Verifique o valor de $f''(6)$.

(b.2) Forneça uma janela gráfica do Maple que permita visualizar o gráfico de f e a reta tangente ao gráfico de f em $x = 6$.

Os resultados obtidos em (b.1) e (b.2) mostram o que você esperava? _____
Justifique brevemente:

Questão 4

Seja \mathcal{R} um retângulo de base 16 e altura 34. Um triângulo isósceles ABC , com $|AC| = |CB|$, de área 8, deve ser construído dentro do retângulo \mathcal{R} , de forma que sua base AB fique sobre a base do retângulo \mathcal{R} . Seja $x = |AB|$.



(a) Determine o domínio e a expressão da função P que fornece o perímetro do triângulo ABC , em termos de x .

(b) Determine o valor de x que minimiza $P(x)$.