

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 3 de dezembro de 2012

(versão IIIa)

Início: 11:00 Término: 12:40

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
Prova	6,0		
Teste	4,0		
G3	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere as funções

$$f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{sen}(4x) - \cos(x) \quad \text{e} \quad P(x) = a + b(x - 32, 1) + c(x - 32, 1)^2 + d(x - 32, 1)^3.$$

(a) Determine os valores de a , b , c e d de forma que f e P satisfaçam as duas condições:

- f e P sejam tangentes em $x = 32, 1$;
- f'' e P'' sejam tangentes em $x = 32, 1$.

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes a , b , c e d , respectivamente.

Forneça duas janelas gráficas do Maple que permitam visualizar, respectivamente:

- o gráfico de f e o gráfico de P em torno $x = 32, 1$;
- o gráfico de f'' e o gráfico de P'' em torno $x = 32, 1$.

As figuras obtidas mostram o que você esperava? _____ Justifique brevemente:

Questão 2

Considere $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ e $g(x) = -\frac{1}{500}x^3 - \frac{13}{150}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$.

Nos dois itens abaixo use, no Maple, “>Digits:=5;” para dar suas respostas com valores aproximados:

(a) Determine todos os valores de x tais que $-0,4 < g(x) - f(x) - 0,3 < 0,9$.

(b) Determine todos os valores de x para os quais a distância entre $f(x)$ e $g(x)$ é maior que 0,7.

Questão 3

Seja α a menor solução da equação

$$5 \cos(x) + x \sqrt{x+4} = 7.$$

- (a) Dê uma função f (domínio e expressão), a partir da qual você pode usar o Método de Newton para obter uma sequência de aproximações para α .
- (b) Explique por que não é possível usar o valor inicial $x_0 = 2,4$ para obter aproximações de α , pelo Método de Newton. Use argumentos geométricos embasados na teoria do Método de Newton.
- (c.1) Escolha um valor inicial $x_0 \neq 2,4$; para obter, pelo Método de Newton, uma sequência de aproximações para α .
- (c.2) Apresente os três primeiros termos (x_1, x_2 e x_3) dessa sequência de aproximações. (Dê suas respostas com, pelo menos, 5 casas decimais corretas.)
- (c.3) Apresente um termo dessa sequência que seja uma aproximação para α , com erro menor que 10^{-7} .

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
Prova	6,0		
Teste	4,0		
G3	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere as funções

$$f(x) = \frac{1}{2} \cos(4x) - \sin(x) \quad \text{e} \quad P(x) = a + b(x - 32, 1) + c(x - 32, 1)^2 + d(x - 32, 1)^3.$$

(a) Determine os valores de a , b , c e d de forma que f e P satisfaçam as duas condições:

- f e P sejam tangentes em $x = 32, 1$;
- f'' e P'' sejam tangentes em $x = 32, 1$.

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes a , b , c e d , respectivamente.

Forneça duas janelas gráficas do Maple que permitam visualizar, respectivamente:

- o gráfico de f e o gráfico de P em torno $x = 32, 1$;
- o gráfico de f'' e o gráfico de P'' em torno $x = 32, 1$.

As figuras obtidas mostram o que você esperava? _____ Justifique brevemente:

Questão 2

Considere $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$ e $g(x) = -\frac{1}{500}x^3 - \frac{13}{150}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$.

Nos dois itens abaixo use, no Maple, “>Digits:=5;” para dar suas respostas com valores aproximados:

(a) Determine todos os valores de x tais que $-0,7 < g(x) - f(x) - 0,3 < 0,8$.

(b) Determine todos os valores de x para os quais a distância entre $f(x)$ e $g(x)$ é maior que 0,6.

Questão 3

Seja α a menor solução da equação

$$5 \cos(x) + x \sqrt{x+5} = 7.$$

- (a) Dê uma função f (domínio e expressão), a partir da qual você pode usar o Método de Newton para obter uma sequência de aproximações para α .
- (b) Explique por que não é possível usar o valor inicial $x_0 = 2,4$ para obter aproximações de α , pelo Método de Newton. Use argumentos geométricos embasados na teoria do Método de Newton.
- (c.1) Escolha um valor inicial $x_0 \neq 2,4$; para obter, pelo Método de Newton, uma sequência de aproximações para α .
- (c.2) Apresente os três primeiros termos (x_1, x_2 e x_3) dessa sequência de aproximações. (Dê suas respostas com, pelo menos, 5 casas decimais corretas.)
- (c.3) Apresente um termo dessa sequência que seja uma aproximação para α , com erro menor que 10^{-7} .