

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
Prova	6,0		
Teste	4,0		
<b>G3</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Considere as funções:

$$f(x) = \sin(x) - \cos\left(\frac{x}{3}\right) + \cos(\sqrt{2}) \quad \text{e} \quad P(x) = a + b(x - 31,3) + c(x - 31,3)^2 + d(x - 31,3)^3.$$

(a) Determine os valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de forma que  $f$  e  $P$  satisfaçam as duas condições:

- $f$  e  $P$  têm a mesma reta tangente em  $x = 31,3$ ;
- $f''$  e  $P''$  têm a mesma reta tangente em  $x = 31,3$ .

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , respectivamente.

Forneça duas janelas gráficas do Maple que permitam visualizar, respectivamente:

- o gráfico de  $f$  e o gráfico de  $P$  em torno  $x = 31,3$ ;
- o gráfico de  $f''$  e o gráfico de  $P''$  em torno  $x = 31,3$ .

As figuras obtidas mostram o que você esperava? \_\_\_\_\_ Justifique brevemente:

---

---

### Questão 2

Considere  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$  e  $g(x) = -\frac{1}{500}x^3 - \frac{13}{150}x^2 + \frac{2}{5}x + 1$ .

Nos dois itens abaixo use, no Maple, “>Digits:=5;” para dar suas respostas com valores aproximados:

(a) Determine todos os valores de  $x$  tais que  $-0,2 < g(x) - f(x) - 0,3 < 0,9$ .

(b) Determine todos os valores de  $x$  para os quais a distância entre  $f(x)$  e  $g(x)$  é maior que 1,1.

### Questão 3

Seja  $\alpha$  a menor solução da equação

$$5 \cos(x) + x \sqrt{x+4} = 7.$$

- (a) Dê uma função  $f$  (domínio e expressão), a partir da qual você pode usar o Método de Newton para obter uma sequência de aproximações para  $\alpha$ .
- (b) Explique por que não é possível usar o valor inicial  $x_0 = 2,4$  para obter aproximações de  $\alpha$ , pelo Método de Newton. Use argumentos geométricos embasados na teoria do Método de Newton.
- (c.1) Escolha um valor inicial  $x_0 \neq 2,4$ ; para obter, pelo Método de Newton, uma sequência de aproximações para  $\alpha$ .
- (c.2) Apresente os três primeiros termos ( $x_1, x_2$  e  $x_3$ ) dessa sequência de aproximações. (Dê suas respostas com, pelo menos, 5 casas decimais corretas.)
- (c.3) Apresente um termo dessa sequência que seja uma aproximação para  $\alpha$ , com erro menor que  $10^{-7}$ .

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PUC-RIO

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 3 de dezembro de 2012

(versão Vb)

Início: 15:00 Término: 16:40

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
Prova	6,0		
Teste	4,0		
<b>G3</b>	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 40 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Considere as funções:

$$f(x) = \cos(x) - \operatorname{sen}\left(\frac{x}{3}\right) + \cos(\sqrt{2}) \quad \text{e} \quad P(x) = a + b(x - 31,3) + c(x - 31,3)^2 + d(x - 31,3)^3.$$

(a) Determine os valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de forma que  $f$  e  $P$  satisfaçam as duas condições:

- $f$  e  $P$  têm a mesma reta tangente em  $x = 31,3$ ;
- $f''$  e  $P''$  têm a mesma reta tangente em  $x = 31,3$ .

(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , respectivamente.

Forneça duas janelas gráficas do Maple que permitam visualizar, respectivamente:

- o gráfico de  $f$  e o gráfico de  $P$  em torno  $x = 31,3$ ;
- o gráfico de  $f''$  e o gráfico de  $P''$  em torno  $x = 31,3$ .

As figuras obtidas mostram o que você esperava? \_\_\_\_\_ Justifique brevemente:

---

---

### Questão 2

Considere  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} - 1\right) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$  e  $g(x) = -\frac{1}{500}x^3 - \frac{13}{150}x^2 + \frac{2}{5}x + 1$ .

Nos dois itens abaixo use, no Maple, “>Digits:=5;” para dar suas respostas com valores aproximados:

(a) Determine todos os valores de  $x$  tais que  $-0,1 < g(x) - f(x) - 0,3 < 0,8$ .

(b) Determine todos os valores de  $x$  para os quais a distância entre  $f(x)$  e  $g(x)$  é maior que 1,2.

### Questão 3

Seja  $\alpha$  a menor solução da equação

$$5 \cos(x) + x \sqrt{x+5} = 7.$$

- (a) Dê uma função  $f$  (domínio e expressão), a partir da qual você pode usar o Método de Newton para obter uma sequência de aproximações para  $\alpha$ .
- (b) Explique por que não é possível usar o valor inicial  $x_0 = 2,4$  para obter aproximações de  $\alpha$ , pelo Método de Newton. Use argumentos geométricos embasados na teoria do Método de Newton.
- (c.1) Escolha um valor inicial  $x_0 \neq 2,4$ ; para obter, pelo Método de Newton, uma sequência de aproximações para  $\alpha$ .
- (c.2) Apresente os três primeiros termos ( $x_1, x_2$  e  $x_3$ ) dessa sequência de aproximações. (Dê suas respostas com, pelo menos, 5 casas decimais corretas.)
- (c.3) Apresente um termo dessa sequência que seja uma aproximação para  $\alpha$ , com erro menor que  $10^{-7}$ .