DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A
G2 20 de maio de 2013 (versão Ia)
Início: 7:00 Término: 8:45

Nome:____

Matrícula:____________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,5$		
2^a	$2,0$		
3^a	$1,5$		
4^a	$2,0$		
Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G2	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = (\pi + 1)\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{2x}{5}\right) + \pi - 1$.

(a) Determine o período e a imagem de f.

(b) Determine os valores de $x \in (-4\pi, 7\pi)$ nos quais f tem máximo.

(c) Determine os valores de $x \in (0, 10)$ para os quais $f(x) = \dfrac{3\pi - 1}{2}$.

Questão 2

Considere as funções f e g dadas por

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + a\,x^3 + b\,x^2 + x + 5 \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{(x-1)^2+3}\ ,$$

onde a e b são constantes.

(a) Determine a coordenada x de cada ponto de inflexão de g.

(b) Sabendo que f e g têm inflexão nos mesmos valores de x, determine o valor de a e o valor de b.

$a =$ ______________ $b =$ ______________

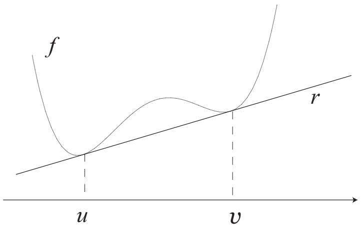
(c) Atribua os valores encontrados no item anterior às constante a e b. No Maple, em um mesmo sistema de coordenadas, visualize o gráfico de f e as retas tangentes ao gráfico f nos pontos de inflexão.

A figura obtida mostra o que você esperava? ____________ Justifique brevemente:

____

Questão 3

Considere a função f dada por $f(x) = x^4 - \dfrac{86}{3}x^3 + \dfrac{2713}{9}x^2 - 1372\,x + 2000$. Seja r a reta que é tangente ao gráfico de f em $(u, f(u))$ e em $(v, f(v))$ como na figura.

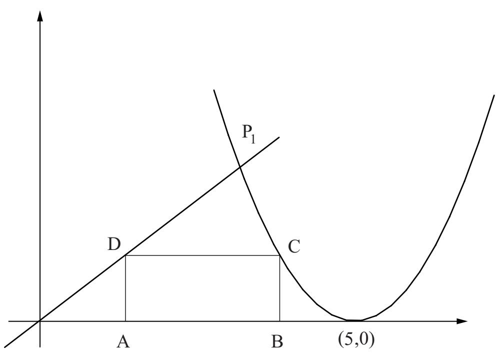


(a) Determine o valor de u e o valor de v.

(b) Determine a equação da reta r.

Questão 4

Considere a função g dada por $g(x) = (x-5)^2$ e a reta r de equação $y = 2x$. Seja P_1 o ponto de interseção da reta r com o gráfico de g mais próximo da origem. O vértice D do retângulo ABCD está na reta r entre a origem e o ponto P_1, o vértice C está no gráfico de g entre P_1 e $(5, 0)$ e os pontos A e B, sobre o eixo x como mostra a figura. Seja z a primeira coordenada do ponto A, ou seja, A=$(z, 0)$.



(a) Determine as coordenadas de C em termos de z.

(b) Determine o domínio e a expressão da função f que fornece a área do retângulo ABCD em termos de z.

(c) Determine o valor de z que maximiza a área do retângulo ABCD.

Resposta: $\frac{49}{16} - \frac{3\sqrt{2}\sqrt{178}}{32}$

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 20 de maio de 2013 (versão Ib)

Início: 7:00 Término: 8:45

Nome:____

Matrícula:____________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,5$		
2^a	$2,0$		
3^a	$1,5$		
4^a	$2,0$		

Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G2	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = (\pi + 1)\,\mathrm{sen}\left(\dfrac{2x}{5}\right) + \pi - 1$.

(a) Determine o período e a imagem de f.

(b) Determine os valores de $x \in (-9\pi, 5\pi)$ nos quais f tem mínimo.

(c) Determine os valores de $x \in (-10, 0)$ para os quais $f(x) = \dfrac{\pi - 3}{2}$.

Questão 2

Considere as funções f e g dadas por

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + a\,x^3 + b\,x^2 - x + 1 \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{(x-2)^2+3}\ ,$$

onde a e b são constantes.

(a) Determine a coordenada x de cada ponto de inflexão de g.

(b) Sabendo que f e g têm inflexão nos mesmos valores de x, determine o valor de a e o valor de b.

$a =$ ______________ $b =$ ______________

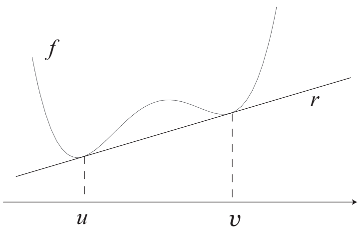
(c) Atribua os valores encontrados no item anterior às constante a e b. No Maple, em um mesmo sistema de coordenadas, visualize o gráfico de f e as retas tangentes ao gráfico f nos pontos de inflexão.

A figura obtida mostra o que você esperava? ____________ Justifique brevemente:

____

Questão 3

Considere a função f dada por $f(x) = 9\,x^4 - 294\,x^3 + 3541\,x^2 - 18584\,x + 500$. Seja r a reta que é tangente ao gráfico de f em $(u, f(u))$ e em $(v, f(v))$ como na figura.

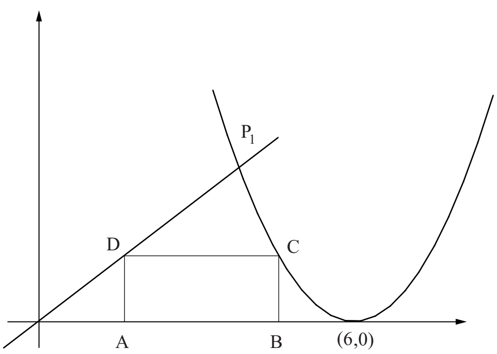


(a) Determine o valor de u e o valor de v.

(b) Determine a equação da reta r.

Questão 4

Considere a função g dada por $g(x) = (x-6)^2$ e a reta r de equação $y = 2x$. Seja P_1 o ponto de interseção da reta r com o gráfico de g mais próximo da origem. O vértice D do retângulo ABCD está na reta r entre a origem e o ponto P_1, o vértice C está no gráfico de g entre P_1 e $(6, 0)$ e os pontos A e B, sobre o eixo x como mostra a figura. Seja z a primeira coordenada do ponto A, ou seja, A=$(z, 0)$.



(a) Determine as coordenadas de C em termos de z.

(b) Determine o domínio e a expressão da função f que fornece a área do retângulo ABCD em termos de z.

(c) Determine o valor de z que maximiza a área do retângulo ABCD.

Resposta: $\frac{57}{16} - \frac{3\sqrt{2}\sqrt{210}}{32}$