

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 20 de maio de 2013

(versão IIa)

Início: 9:00 Término: 10:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 1,5 | | |
| 2 ^a | 2,0 | | |
| 3 ^a | 1,5 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |
| Prova | 7,0 | | |
| Teste | 3,0 | | |
| G2 | 10,0 | | |

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = 2(\pi + 1) \operatorname{sen}\left(\frac{2x}{5}\right) + 2\pi - 2$.

(a) Determine o período e a imagem de f .

(b) Determine os valores de $x \in (-4\pi, 7\pi)$ nos quais f tem máximo.

(c) Determine os valores de $x \in (0, 10)$ para os quais $f(x) = 3\pi - 1$.

Questão 2

Considere as funções f e g dadas por

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + ax^3 + bx^2 + x + 5 \quad \text{e} \quad g(x) = -\frac{1}{(x-1)^2 + 3},$$

onde a e b são constantes.

- (a) Determine a coordenada x de cada ponto de inflexão de g .
- (b) Sabendo que f e g têm inflexão nos mesmos valores de x , determine o valor de a e o valor de b .

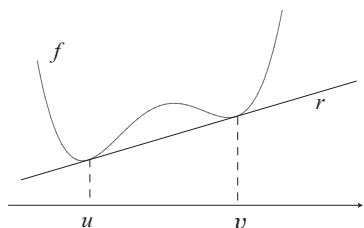
$$a = \underline{\hspace{2cm}} \quad b = \underline{\hspace{2cm}}$$

- (c) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes a e b . No Maple, em um mesmo sistema de coordenadas, visualize o gráfico de f e as retas tangentes ao gráfico f nos pontos de inflexão.

A figura obtida mostra o que você esperava? Justifique brevemente:

Questão 3

Considere a função f dada por $f(x) = 9x^4 - 330x^3 + 4477x^2 - 26584x + 500$. Seja r a reta que é tangente ao gráfico de f em $(u, f(u))$ e em $(v, f(v))$ como na figura.

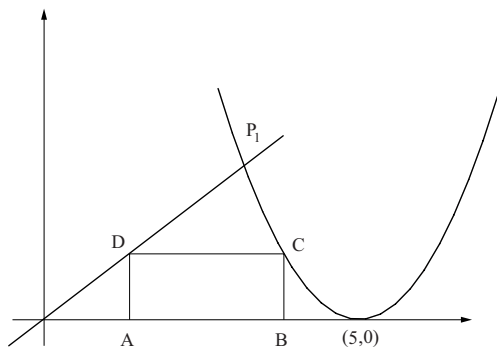


(a) Determine o valor de u e o valor de v .

(b) Determine a equação da reta r .

Questão 4

Considere a função g dada por $g(x) = (x - 5)^2$ e a reta r de equação $y = 2x$. Seja P_1 o ponto de interseção da reta r com o gráfico de g mais próximo da origem. O vértice D do retângulo $ABCD$ está na reta r entre a origem e o ponto P_1 , o vértice C está no gráfico de g entre P_1 e $(5, 0)$ e os pontos A e B , sobre o eixo x como mostra a figura. Seja z a primeira coordenada do ponto A , ou seja, $A = (z, 0)$.



(a) Determine as coordenadas de C em termos de z .

(b) Determine o domínio e a expressão da função f que fornece a área do retângulo ABCD em termos de z .

(c) Determine o valor de z que maximiza a área do retângulo ABCD.

Resposta: $\frac{49}{16} - \frac{3\sqrt{2}\sqrt{178}}{32}$

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 20 de maio de 2013

(versão IIb)

Início: 9:00 Término: 10:45

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

| Questão | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 ^a | 1,5 | | |
| 2 ^a | 2,0 | | |
| 3 ^a | 1,5 | | |
| 4 ^a | 2,0 | | |
| Prova | 7,0 | | |
| Teste | 3,0 | | |
| G2 | 10,0 | | |

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = 2(\pi + 1) \operatorname{sen}\left(\frac{2x}{5}\right) + 2\pi - 2$.

(a) Determine o período e a imagem de f .

(b) Determine os valores de $x \in (-9\pi, 5\pi)$ nos quais f tem mínimo.

(c) Determine os valores de $x \in (-10, 0)$ para os quais $f(x) = \pi - 3$.

Questão 2

Considere as funções f e g dadas por

$$f(x) = \frac{x^4}{12} + ax^3 + bx^2 - x + 1 \quad \text{e} \quad g(x) = -\frac{1}{(x-2)^2 + 3},$$

onde a e b são constantes.

- (a) Determine a coordenada x de cada ponto de inflexão de g .
- (b) Sabendo que f e g têm inflexão nos mesmos valores de x , determine o valor de a e o valor de b .

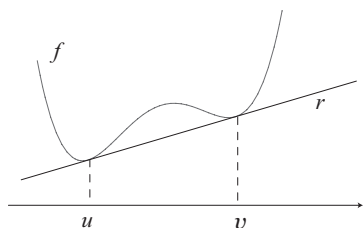
$$a = \underline{\hspace{2cm}} \quad b = \underline{\hspace{2cm}}$$

- (c) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes a e b . No Maple, em um mesmo sistema de coordenadas, visualize o gráfico de f e as retas tangentes ao gráfico f nos pontos de inflexão.

A figura obtida mostra o que você esperava? Justifique brevemente:

Questão 3

Considere a função f dada por $f(x) = 9x^4 - 222x^3 + 1993x^2 - 7660x + 500$. Seja r a reta que é tangente ao gráfico de f em $(u, f(u))$ e em $(v, f(v))$ como na figura.

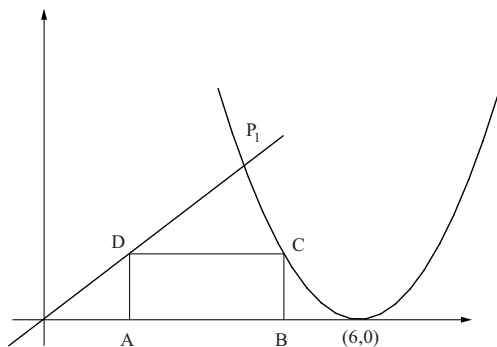


(a) Determine o valor de u e o valor de v .

(b) Determine a equação da reta r .

Questão 4

Considere a função g dada por $g(x) = (x - 6)^2$ e a reta r de equação $y = 2x$. Seja P_1 o ponto de interseção da reta r com o gráfico de g mais próximo da origem. O vértice D do retângulo $ABCD$ está na reta r entre a origem e o ponto P_1 , o vértice C está no gráfico de g entre P_1 e $(6, 0)$ e os pontos A e B , sobre o eixo x como mostra a figura. Seja z a primeira coordenada do ponto A , ou seja, $A = (z, 0)$.



(a) Determine as coordenadas de C em termos de z .

(b) Determine o domínio e a expressão da função f que fornece a área do retângulo ABCD em termos de z .

(c) Determine o valor de z que maximiza a área do retângulo ABCD.

Resposta: $\frac{57}{16} - \frac{3\sqrt{2}\sqrt{210}}{32}$