DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A
G2 20 de maio de 2013 (versão Va)

Início: 15:00 Término: 16:45

Nome:____

Matrícula:______________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,5$		
2^a	$2,0$		
3^a	$1,5$		
4^a	$2,0$		

Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G2	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \pi \cos\left(\dfrac{3x}{7}\right) - 1$.

(a) Determine o período, o valor máximo e o valor mínimo de f.

(b) Determine os valores de $x \in (0, 15)$ para os quais $f(x) = -\dfrac{\pi}{2} - 1$.

(c) Determine os valores de $x \in (-4\pi, 9\pi)$ nos quais f tem mínimo.

Questão 2

Considere a função polinomial f dada por

$$f(x) = x^3 + a\,x^2 + b\,x + 2,$$

onde a e b são constantes.

Assuma que $P = (6, 2)$ é o ponto de inflexão do gráfico de f.

(a) Determine o valor de a e o valor de b.

$a =$ ______________ $b =$ ______________

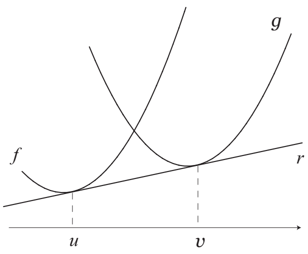
(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constante a e b. No Maple, em um mesmo sistema de coordenadas, visualize o gráfico de f e a reta tangente ao gráfico f em P.

A figura obtida mostra o que você esperava? ____________ Justifique brevemente:

____

Questão 3

Considere as funções f e g dadas por $f(x) = x^2 + 5$ e $g(x) = (x-7)^2 + 10$. Seja r a reta que é tangente ao gráfico de f em $(u, f(u))$ e tangente ao gráfico de g em $(v, g(v))$ como na figura.

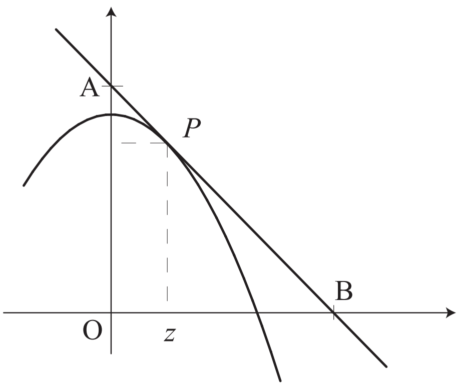


(a) Determine o valor de u e o valor de v.

(b) Determine a equação da reta r.

Questão 4

Considere a função g dada por $g(x) = -x^2 + 7$. Seja $P = (z, g(z))$ um ponto do gráfico de g no primeiro quadrante. A reta tangente ao gráfico de g no ponto P passa pelo ponto A sobre o eixo y e pelo ponto B sobre o eixo x como na figura.



(a) Determine as coordenadas de A em termos de z.

(b) Determine as coordenadas de B em termos de z.

(c) Determine o domínio e a expressão da função f que fornece a área do triângulo OAB em termos de z.

(d) Determine o valor de z que minimiza a área do triângulo OAB.

Resposta: $\sqrt{21}/3$

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G2 20 de maio de 2013 (versão Vb)

Início: 15:00 Término: 16:45

Nome:____

Matrícula:______________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$1,5$		
2^a	$2,0$		
3^a	$1,5$		
4^a	$2,0$		
Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G2	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \pi \cos\left(\frac{3x}{7}\right) - 1$.

(a) Determine o período, o valor máximo e o valor mínimo de f.

(b) Determine os valores de $x \in (3\pi, 17\pi)$ nos quais f tem mínimo.

(c) Determine os valores de $x \in (0, 15)$ para os quais $f(x) = \frac{\pi}{2} - 1$.

Questão 2

Considere a função polinomial f dada por

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + a\,x^2 + b\,x + 2,$$

onde a e b são constantes.

Assuma que $P = (6, 2)$ é o ponto de inflexão do gráfico de f.

(a) Determine o valor de a e o valor de b.

$a =$ ______________ $b =$ ______________

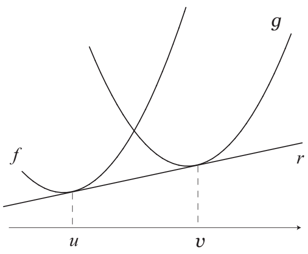
(b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constante a e b. No Maple, em um mesmo sistema de coordenadas, visualize o gráfico de f e a reta tangente ao gráfico f em P.

A figura obtida mostra o que você esperava? ____________ Justifique brevemente:

____

Questão 3

Considere as funções f e g dadas por $f(x) = x^2 + 5$ e $g(x) = (x - 6)^2 + 10$. Seja r a reta que é tangente ao gráfico de f em $(u, f(u))$ e tangente ao gráfico de g em $(v, g(v))$ como na figura.

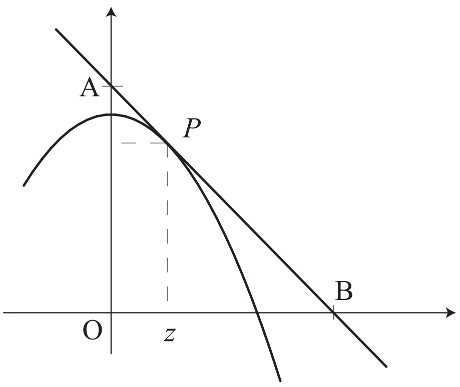


(a) Determine o valor de u e o valor de v.

(b) Determine a equação da reta r.

Questão 4

Considere a função g dada por $g(x) = -x^2 + 6$. Seja $P = (z, g(z))$ um ponto do gráfico de g no primeiro quadrante. A reta tangente ao gráfico de g no ponto P passa pelo ponto A sobre o eixo y e pelo ponto B sobre o eixo x como na figura.



(a) Determine as coordenadas de A em termos de z.

(b) Determine as coordenadas de B em termos de z.

(c) Determine o domínio e a expressão da função f que fornece a área do triângulo OAB em termos de z.

(d) Determine o valor de z que minimiza a área do triângulo OAB.

Resposta: $\sqrt{2}$