MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – Ia   feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

(a) O gráfico de f é a parte inferior da circunferência de centro $(5,4)$ e raio 2, ou seja, a circunferência de equação $(x-5)^2+(y-4)^2=2^2$. Daí

$$f(x)=4-\sqrt{2^2-(x-5)^2}.$$

(b) O vértice da parábola é o ponto $(5,2)$, logo $g(x)=\mu(x-5)^2+2$, onde μ satisfaz $0=g(0)=\mu(0-5)^2+2$. Assim,

$$g(x)=-\frac{2}{25}(x-5)^2+2.$$

(c) `> f:=x->4-sqrt(2^2-(x-5)^2); > g:=x->-2/25*(x-5)^2 + 2;`

`>plot([f(x), g(x)], x=-1..8);`

Sim. O gráfico de f é parecido como a figura da prova, o gráfico de g aparentemente passa pela origem e o ponto mínimo do gráfico de f parece ser o ponto máximo do gráfico de g.

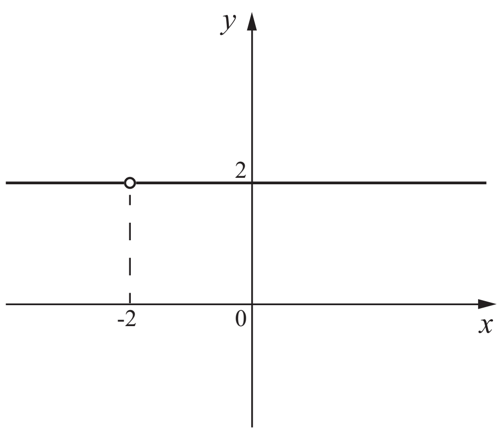
Questão 2.

(a) Observamos que $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{y-2}{x+2}=0\right\}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\mid y=2 \text{ e } x\neq -2\}$.

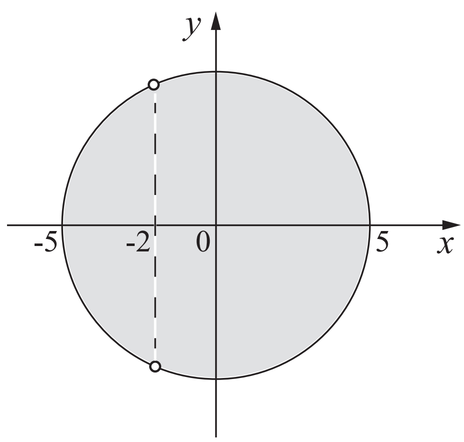
(b) `>factor(x^4 + 4*x^3 + 4*x^2 + y^2*(x + 2)^2);`

Observamos que

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{x^4+4x^3+4x^2+y^2(x+2)^2}{(x+2)^2}\le 25\right\}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2+y^2\le 25 \text{ e } x\neq -2\right\}$$



(a)



(b)

Questão 3.

(a) Fazendo "`>s:=x->-2/sqrt(7)*x+2;`"e "`>solve(s(x)=0);`", vemos que $Q = (\sqrt{7}, 0)$. A equação de r é dada por

$$\frac{y-(-1)}{x-0} = \frac{1}{\sqrt{7}}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{7}}\,x - 1$$

(b) A função A que calcula a área tem domínio $\mathrm{Dom}(A) = (0, \sqrt{7})$, pois B está entre P e Q, e tem expressão $A(x) = x\left(\left(-\frac{2}{\sqrt{7}}\,x + 2\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\,x - 1\right)\right) = x\left(-\frac{3}{\sqrt{7}}\,x + 3\right)$. O gráfico de A é parte de uma parábola que passa pelo eixo horizontal em $x_1 = 0$ e em $x_2 = \sqrt{7}$. Logo A tem máximo em $x_v = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

A área máxima é $A\left(\dfrac{\sqrt{7}}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{7}}{2}\left(-\dfrac{3}{\sqrt{7}}\,\dfrac{\sqrt{7}}{2} + 3\right) = \dfrac{3\sqrt{7}}{4}$.

Questão 4.

(a) $\mathrm{Dom}(L) = [0; 9,4]$, pois $0 \le x = BP \le BC = 9,4$.

Temos $AP = \sqrt{6^2 + x^2}$ e $PD = \sqrt{4^2 + (9,4-x)^2}$, daí

$$L(x) = \sqrt{6^2 + x^2} + \sqrt{4^2 + (9,4-x)^2}$$

(b) `> L:=x->sqrt(36 + x^2) + sqrt(16+(9.4-x)^2);`

Com " `>plot(L(x), x=0..9.4);` " vemos onde L tem mínimo global.

Escolhendo $x = 5,64$ em " `>plot(L(x), x=5.62..5.67);` " temos

erro $< 5.67 - 5,62 = 0,05 < 0,06$.

Resposta: $x = 5,64$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – Ib feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

(a) O gráfico de f é a parte superior da circunferência de centro $(5, -4)$ e raio 2, ou seja, a circunferência de equação $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 2^2$. Daí

$$f(x) = -4 + \sqrt{2^2 - (x-5)^2}.$$

(b) O vértice da parábola é o ponto $(5, -2)$, logo $g(x) = \mu(x-5)^2 - 2$, onde μ satisfaz $0 = g(0) = \mu(0-5)^2 - 2$. Assim,

$$g(x) = \frac{2}{25}(x-5)^2 - 2.$$

(c) `> f:=x->-4+sqrt(2^2-(x-5)^2); > g:=x->2/25*(x-5)^2 - 2;`

`>plot([f(x), g(x)], x=-1..8);`

Sim. O gráfico de f é parecido como a figura da prova, o gráfico de g aparentemente passa pela origem e o ponto mínimo do gráfico de g parece ser o ponto máximo do gráfico de f.

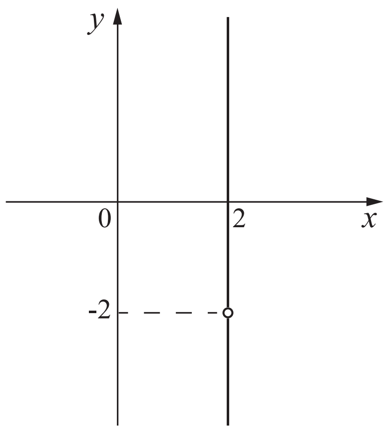
Questão 2.

(a) Observamos que $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{x-2}{y+2} = 0\right\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 2 \text{ e } y \neq -2\}$.

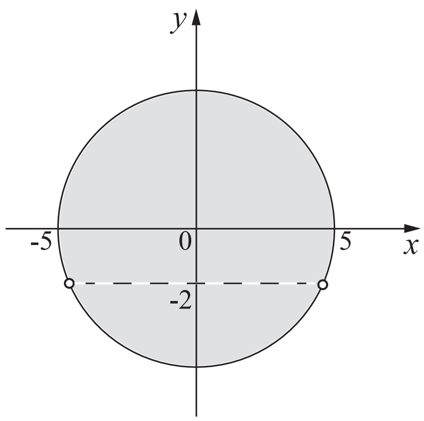
(b) `>factor(y^4 + 4*y^3 + 4*y^2 + x^2*(y + 2)^2);`

Observamos que

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{y^4 + 4y^3 + 4y^2 + x^2(y+2)^2}{(y+2)^2} \leq 25\right\} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 25 \text{ e } y \neq -2\right\}$$



(a)



(b)

Questão 3.

(a) Fazendo "`>s:=x->-4/sqrt(5)*x+4;`"e "`>solve(s(x)=0);`", vemos que $Q = (\sqrt{5}, 0)$. A equação de r é dada por

$$\frac{y-(-2)}{x-0} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$
$$y = \frac{2}{\sqrt{5}}\,x - 2$$

(b) A função A que calcula a área tem domínio $\mathrm{Dom}(A) = (0, \sqrt{5})$, pois B está entre P e Q, e tem expressão $A(x) = x\left(\left(-\frac{4}{\sqrt{5}}\,x + 4\right) - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\,x - 2\right)\right) = x\left(-\frac{6}{\sqrt{5}}\,x + 6\right)$. O gráfico de A é parte de uma parábola que passa pelo eixo horizontal em $x_1 = 0$ e em $x_2 = \sqrt{5}$. Logo A tem máximo em $x_v = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

A área máxima é $A\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right) = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\left(-\dfrac{6}{\sqrt{5}}\,\dfrac{\sqrt{5}}{2} + 6\right) = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.

Questão 4.

(a) $\mathrm{Dom}(L) = [0; 5,4]$, pois $0 \leq x = AP \leq AD = 5,4$.

Temos $BP = \sqrt{2^2 + x^2}$ e $PC = \sqrt{3^2 + (5,4-x)^2}$, daí

$$L(x) = \sqrt{2^2 + x^2} + \sqrt{3^2 + (5,4-x)^2}$$

(b) `> L:=x->sqrt(4 + x^2) + sqrt(9+(5.4-x)^2);`

Com " `>plot(L(x), x=0..5.4);` " vemos onde L tem mínimo global.

Escolhendo $x = 2,16$ em " `>plot(L(x), x=2.14..2.18);` " temos

erro $< 2,18 - 2,14 = 0,04 < 0,06$.

Resposta: $x = 2,16$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – IIa   feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

(a) O gráfico de f é a parte superior da circunferência de centro $(5, 2)$ e raio 2, ou seja, a circunferência de equação $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 2^2$. Daí

$$f(x) = 2 + \sqrt{2^2 - (x-5)^2}.$$

(b) O vértice da parábola é o ponto $(5, 4)$, logo $g(x) = \mu(x-5)^2 + 4$, onde μ satisfaz $0 = g(0) = \mu(0-5)^2 + 4$. Assim,

$$g(x) = -\frac{4}{25}(x-5)^2 + 4.$$

(c) `> f:=x->2+sqrt(2^2-(x-5)^2); > g:=x->-4/25*(x-5)^2 + 4;`

`>plot([f(x), g(x)], x=-1..8);`

Sim. O gráfico de f é parecido como a figura da prova, o gráfico de g aparentemente passa pela origem e o ponto máximo do gráfico de f parece ser o ponto máximo do gráfico de g.

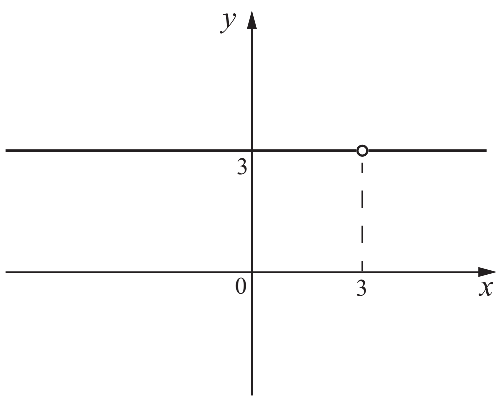
Questão 2.

(a) Observamos que $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{y-3}{x-y} = 0\right\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3 \text{ e } y \neq x\}$.

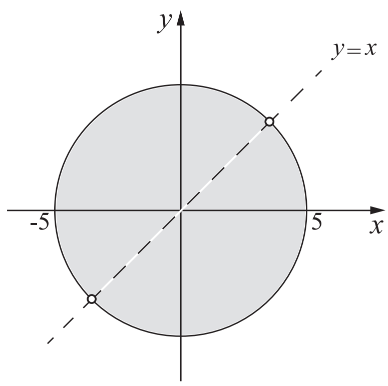
(b) `>factor(x^3 + x*y^2 -y*x^2 - y^3);`

Observamos que

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{x^3 + xy^2 - yx^2 - y^3}{x-y} \leq 25\right\} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 25 \text{ e } x \neq y\right\}$$



(a)



(b)

Questão 3.

(a) Equação de s: $\dfrac{y}{x} = \dfrac{3/2}{3/2}$, ou seja, $y = x$.

Equação de r: $\dfrac{y-0}{x-4} = \dfrac{3/2-0}{3/2-4}$, ou seja, $y = -\dfrac{3}{5}(x-4)$.

(b) $A = (x, 0)$ e $D = (x, x)$, pois $D \in s$. $B = (z, 0)$ e $C = \left(z, -\dfrac{3}{5}(z-4)\right)$, pois $C \in r$.

Os pontos D e C têm a mesma segunda coordenada, pois $\overline{DC}$ é paralelo ao eixo horizontal. Logo, $x = -\dfrac{3}{5}(z-4)$, ou seja, $z = 4 - \dfrac{5x}{3}$. Daí $B = \left(4 - \dfrac{5x}{3}, 0\right)$.

A função f que calcula a área tem domínio $\mathrm{Dom}(f) = (0, 3/2)$, pois D está entre O e Q, e tem expressão

$$f(x) = AB \cdot AD = \left(4 - \frac{5x}{3} - x\right) x = \left(1 - \frac{2x}{3}\right) 4x\,.$$

O gráfico de f é parte de uma parábola que passa pelo eixo horizontal em $x_1 = 0$ e em $x_2 = \dfrac{3}{2}$. Logo A tem máximo em $x_v = \dfrac{3}{4}$.

A área máxima é $f\left(\dfrac{3}{4}\right) = \left(1 - \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3}{4}\right) 4 \cdot \dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{2}$.

Questão 4.

(a) $\mathrm{Dom}(L) = [0; 9,4]$, pois $0 \le x = CP \le CB = 9,4$.

Temos $DP = \sqrt{4^2 + x^2}$ e $PA = \sqrt{6^2 + (9,4-x)^2}$, daí

$$L(x) = \sqrt{4^2 + x^2} + \sqrt{6^2 + (9,4-x)^2}$$

(b) `> L:=x->sqrt(16 + x^2) + sqrt(36+(9.4-x)^2);`

Com “ `>plot(L(x), x=0..9.4);` ” vemos onde L tem mínimo global.

Escolhendo $x = 3,76$ em “ `>plot(L(x), x=3.74..3.78);` ” temos

erro $< 3,78 - 3,74 = 0,04 < 0,06$.

Resposta: $x = 3,76$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – IIb feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

(a) O gráfico de f é a parte inferior da circunferência de centro $(5, -2)$ e raio 2, ou seja, a circunferência de equação $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 2^2$. Daí

$$f(x) = -2 - \sqrt{2^2 - (x-5)^2}.$$

(b) O vértice da parábola é o ponto $(5, -4)$, logo $g(x) = \mu(x-5)^2 - 4$, onde μ satisfaz $0 = g(0) = \mu(0-5)^2 - 4$. Assim,

$$g(x) = \frac{4}{25}(x-5)^2 - 4.$$

(c) `> f:=x->-2-sqrt(2^2-(x-5)^2); > g:=x->4/25*(x-5)^2 - 4;`

```
>plot([f(x), g(x)], x=-1..8);
```

Sim. O gráfico de f é parecido como a figura da prova, o gráfico de g aparentemente passa pela origem e o ponto mínimo do gráfico de g parece ser o ponto mínimo do gráfico de f.

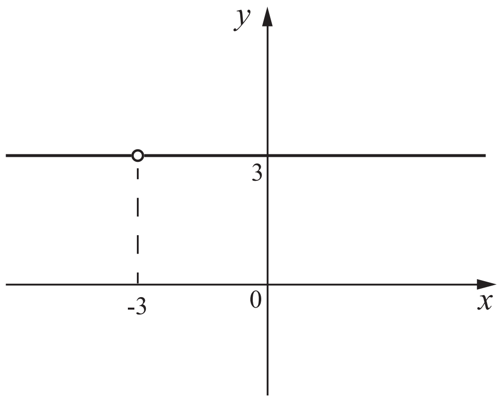
Questão 2.

(a) Observamos que $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{y-3}{x+y} = 0\right\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3 \text{ e } y \neq -x\}$.

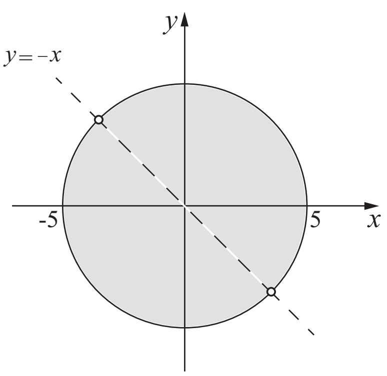
(b) `>factor(x^3 + x*y^2 +y*x^2 + y^3);`

Observamos que

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{x^3 + xy^2 + yx^2 + y^3}{x+y} \leq 25\right\} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \leq 25 \text{ e } y \neq -x\right\}$$



(a)



(b)

Questão 3.

(a) Equação de s: $\dfrac{y}{x} = \dfrac{3/4}{3/4}$, ou seja, $y = x$.

Equação de r: $\dfrac{y-0}{x-2} = \dfrac{3/4-0}{3/4-2}$, ou seja, $y = -\dfrac{3}{5}(x-2)$.

(b) $A = (x, 0)$ e $D = (x, x)$, pois $D \in s$. $B = (z, 0)$ e $C = \left(z, -\dfrac{3}{5}(z-2)\right)$, pois $C \in r$.

Os pontos D e C têm a mesma segunda coordenada, pois $\overline{DC}$ é paralelo ao eixo horizontal. Logo, $x = -\dfrac{3}{5}(z-2)$, ou seja, $z = 2 - \dfrac{5x}{3}$. Daí $B = \left(2 - \dfrac{5x}{3}, 0\right)$.

A função f que calcula a área tem domínio $\mathrm{Dom}(f) = (0, 3/4)$, pois D está entre O e Q, e tem expressão

$$f(x) = AB \cdot AD = \left(2 - \frac{5x}{3} - x\right) x = \left(1 - \frac{4x}{3}\right) 2x\,.$$

O gráfico de f é parte de uma parábola que passa pelo eixo horizontal em $x_1 = 0$ e em $x_2 = \dfrac{3}{4}$. Logo A tem máximo em $x_v = \dfrac{3}{8}$.

A área máxima é $f\left(\dfrac{3}{8}\right) = \left(1 - \dfrac{4}{3} \cdot \dfrac{3}{8}\right) 2 \cdot \dfrac{3}{8} = \dfrac{3}{8}$.

Questão 4.

(a) $\mathrm{Dom}(L) = [0; 5,4]$, pois $0 \leq x = AP \leq AB = 5,4$.

Temos $PD = \sqrt{3^2 + x^2}$ e $PC = \sqrt{2^2 + (5,4-x)^2}$, daí

$$L(x) = \sqrt{3^2 + x^2} + \sqrt{2^2 + (5,4-x)^2}$$

(b) `> L:=x->sqrt(9 + x^2) + sqrt(4+(5.4-x)^2);`

Com “ `>plot(L(x), x=0..5.4);` ” vemos onde L tem mínimo global.

Escolhendo $x = 3,24$ em “ `>plot(L(x), x=3.22..3.26);` ” temos

erro $< 3,26 - 3,22 = 0,04 < 0,06$.

Resposta: $x = 3,24$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – IIIa   feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

(a) O gráfico de f é a parte inferior da circunferência de centro $(4, 5)$ e raio 2, ou seja, a circunferência de equação $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 2^2$. Daí

$$f(x) = 5 - \sqrt{2^2 - (x-4)^2}.$$

(b) O vértice da parábola é o ponto $(4, 3)$, logo $g(x) = \mu(x-4)^2 + 3$, onde μ satisfaz $0 = g(0) = \mu(0-4)^2 + 3$. Assim,

$$g(x) = -\frac{3}{16}(x-4)^2 + 3.$$

(c) `> f:=x->5-sqrt(2^2-(x-4)^2); > g:=x->-3/16*(x-4)^2 + 3;`

```
>plot([f(x), g(x)], x=-1..7);
```

Sim. O gráfico de f é parecido como a figura da prova, o gráfico de g aparentemente passa pela origem e o ponto mínimo do gráfico de f parece ser o ponto máximo do gráfico de g.

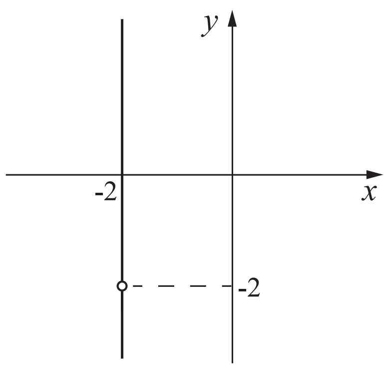
Questão 2.

(a) Observamos que $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{x+2}{x-y} = 0\right\} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = -2 \text{ e } y \neq x\right\}.$

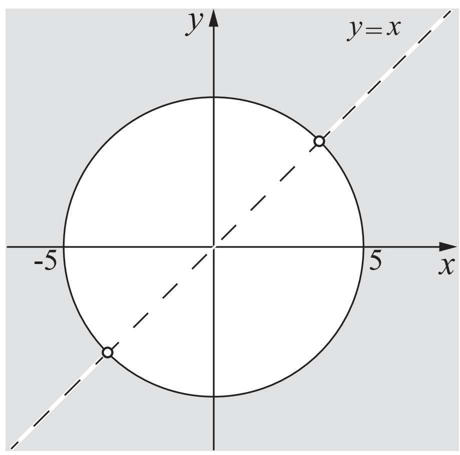
(b) `>factor(x^3 + x*y^2 -y*x^2 - y^3);`

Observamos que

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{x^3 + xy^2 - y\,x^2 - y^3}{x-y} \leq 25\right\} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \geq 25 \text{ e } y \neq x\right\}$$



(a)



(b)

Questão 3.

(a) Equação de s: $\dfrac{y}{x} = \dfrac{10/3}{10/3}$, ou seja, $y = x$.

Equação de r: $\dfrac{y-0}{x-8} = \dfrac{10/3-0}{10/3-8}$, ou seja, $y = -\dfrac{5}{7}(x-8)$.

(b) $A = (x, 0)$ e $D = (x, x)$, pois $D \in s$. $B = (z, 0)$ e $C = \left(z, -\dfrac{5}{7}(z-8)\right)$, pois $C \in r$.

Os pontos D e C têm a mesma segunda coordenada, pois $\overline{DC}$ é paralelo ao eixo horizontal. Logo, $x = -\dfrac{5}{7}(z-8)$, ou seja, $z = 8 - \dfrac{7x}{5}$. Daí $B = \left(8 - \dfrac{7x}{5}, 0\right)$.

A função f que calcula a área tem domínio $\text{Dom}(f) = (0, 10/3)$, pois D está entre O e Q, e tem expressão

$$f(x) = AB \cdot AD = \left(8 - \frac{7x}{5} - x\right) x = \left(2 - \frac{3x}{5}\right) 4x\,.$$

O gráfico de f é parte de uma parábola que passa pelo eixo horizontal em $x_1 = 0$ e em $x_2 = \dfrac{10}{3}$. Logo A tem máximo em $x_v = \dfrac{5}{3}$.

A área máxima é $f\left(\dfrac{5}{3}\right) = \left(2 - \dfrac{3}{5} \cdot \dfrac{5}{3}\right) 4 \cdot \dfrac{5}{3} = \dfrac{20}{3}$.

Questão 4.

(a) $\text{Dom}(L) = [0, 5]$, pois $0 \leq x = PD \leq AD = 5$.

Temos $PC = \sqrt{3^2 + x^2}$ e $PC = \sqrt{2,2^2 + x^2}$, daí

$$L(x) = 5 - x + \sqrt{3^2 + x^2} + \sqrt{2,2^2 + x^2}$$

(b) `> L:=x->5-x+ sqrt(9 + x^2) + sqrt(2.2^2+x^2);`

Com “ `>plot(L(x), x=0..5);` ” vemos onde L tem mínimo global.

Escolhendo $x = 1,47$ em “ `>plot(L(x), x=1.46..1.5);` ” temos

erro $< 1,5 - 1,46 = 0,04 < 0,06$.

Resposta: $x = 1,47$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – IIIb feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

(a) O gráfico de f é a parte superior da circunferência de centro $(4, -5)$ e raio 2, ou seja, a circunferência de equação $(x-4)^2 + (y+5)^2 = 2^2$. Daí

$$f(x) = -5 + \sqrt{2^2 - (x-4)^2}.$$

(b) O vértice da parábola é o ponto $(4, -3)$, logo $g(x) = \mu(x-4)^2 - 3$, onde μ satisfaz $0 = g(0) = \mu(0-4)^2 - 3$. Assim,

$$g(x) = \frac{3}{16}(x-4)^2 - 3.$$

(c) `> f:=x->-5+sqrt(2^2-(x-4)^2); > g:=x->3/16*(x-4)^2 - 3;`

`>plot([f(x), g(x)], x=-1..8);`

Sim. O gráfico de f é parecido como a figura da prova, o gráfico de g aparentemente passa pela origem e o ponto mínimo do gráfico de g parece ser o ponto máximo do gráfico de f.

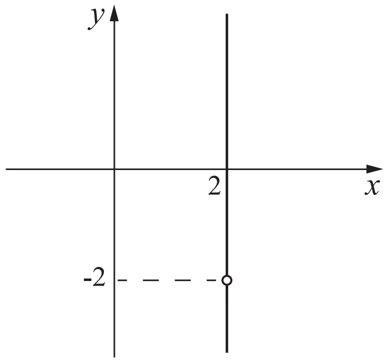
Questão 2.

(a) Observamos que $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{x-2}{x+y} = 0\right\} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = 2 \text{ e } y \neq -x\}$.

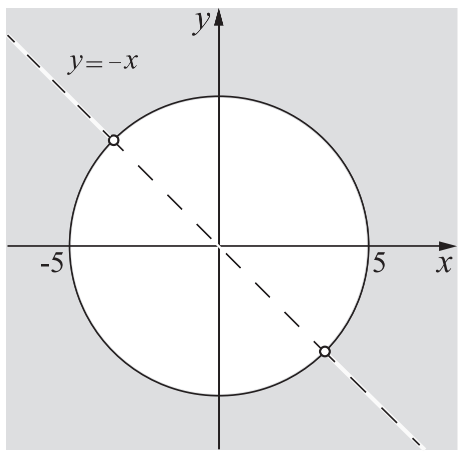
(b) `>factor(x^3 + x*y^2 +y*x^2 + y^3);`

Observamos que

$$\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{x^3 + xy^2 + y\,x^2 + y^3}{x+y} \geq 25\right\} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; x^2 + y^2 \geq 25 \text{ e } y \neq -x\right\}$$



(a)



(b)

Questão 3.

(a) Equação de s: $\dfrac{y}{x} = \dfrac{5/3}{5/3}$, ou seja, $y = x$.

Equação de r: $\dfrac{y-0}{x-4} = \dfrac{5/3-0}{5/3-4}$, ou seja, $y = -\dfrac{5}{7}(x-4)$.

(b) $A = (x,0)$ e $D = (x,x)$, pois $D \in s$. $B = (z,0)$ e $C = \left(z, -\dfrac{5}{7}(z-4)\right)$, pois $C \in r$.

Os pontos D e C têm a mesma segunda coordenada, pois $\overline{DC}$ é paralelo ao eixo horizontal. Logo, $x = -\dfrac{5}{7}(z-4)$, ou seja, $z = 4 - \dfrac{7x}{5}$. Daí $B = \left(4 - \dfrac{7x}{5}, 0\right)$.

A função f que calcula a área tem domínio $\mathrm{Dom}(f) = (0, 5/3)$, pois D está entre O e Q, e tem expressão

$$f(x) = AB \cdot AD = \left(4 - \frac{7x}{5} - x\right) x = \left(1 - \frac{3x}{5}\right) 4x\,.$$

O gráfico de f é parte de uma parábola que passa pelo eixo horizontal em $x_1 = 0$ e em $x_2 = \dfrac{5}{3}$. Logo A tem máximo em $x_v = \dfrac{5}{6}$.

A área máxima é $f\left(\dfrac{5}{6}\right) = \left(1 - \dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{5}{6}\right) 4 \cdot \dfrac{5}{6} = \dfrac{5}{3}$.

Questão 4.

(a) $\mathrm{Dom}(L) = [0, 7]$, pois $0 \le x = BP \le BD = 7$.

Temos $CP = \sqrt{4^2 + x^2}$ e $AP = \sqrt{3,4^2 + x^2}$, daí

$$L(x) = 7 - x + \sqrt{4^2 + x^2} + \sqrt{3,4^2 + x^2}$$

(b) `> L:=x->7-x+ sqrt(16 + x^2) + sqrt(3.4^2+x^2);`

Com “ `>plot(L(x), x=0..7);` ” vemos onde L tem mínimo global.

Escolhendo $x = 2,127$ em “ `>plot(L(x), x=2.11..2.15);` ” temos erro $< 2,15 - 2,11 = 0,04 < 0,06$.

Resposta: $x = 2,127$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – IVa   feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

O gráfico de f é a parte superior da circunferência de centro $(0,-2)$ e raio 5, ou seja, a circunferência de equação $(x-0)^2+(y+2)^2=5^2$. Daí $f(x)=-2+\sqrt{5^2-x^2}$.

Definindo “`>f:=x->-2+sqrt(5^2-x^2);`” e fazendo ”`>solve(f(x)=0);`”, vemos que

$$f(x)=0 \iff x=\sqrt{21} \text{ ou } x=-\sqrt{21}\,.$$

Questão 2.

O vértice da parábola é o ponto $(-1,4)$, logo $g(x)=\mu(x+1)^2+4$, onde μ satisfaz $1=g(-5)=\mu(-5+1)^2+4$. Assim, $g(x)=-\frac{3}{16}(x+1)^2+4$.

Definindo “`>g:=x->-3/16*(x+1)^2 + 4;`” e fazendo ”`>solve(g(x)=0);`”, vemos que

$$g(x)=0 \iff x=-1+\frac{8\sqrt{3}}{3}\,.$$

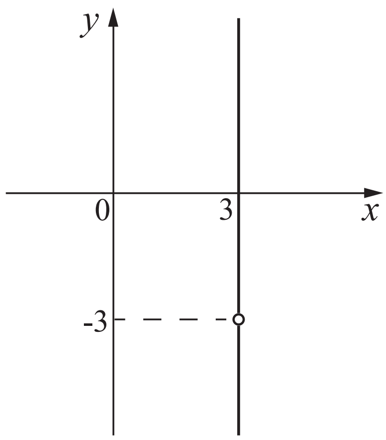
Questão 3.

(a) Observamos que $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{x-3}{(x+y)^2}=0\right\}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x=3 \text{ e } y\neq -x\}$.

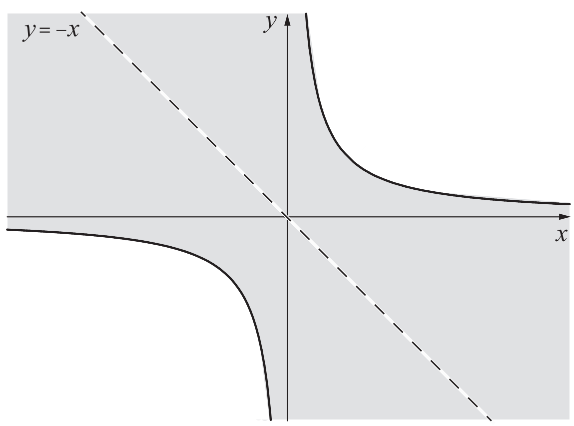
(b) `>factor(x*y*(x+y)^2 -(x^2+2*x*y+y^2));`

Observamos que

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{xy(x+y)^2-(x^2+2xy+y^2)}{(x+y)^2}\le 0\right\}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; xy\le 1 \text{ e } y\neq -x\right\}$$



(a)



(b)

Questão 4.

Seja S a função que calcula a soma dos quadrados dos dois números u e v. Escrevendo u em termos de v, temos $u = -2v+\sqrt{7}$ e $\text{Dom}(S) = \left[0, \dfrac{\sqrt{7}}{2}\right]$, pois $v \geq 0$ e sendo $u = -2v+\sqrt{7} \geq 0$, necessariamente $v \leq \sqrt{7}/2$. A expressão de S é $S(v) = v^2 + (-2v + \sqrt{7})^2$.

(a)

“`>S:=v->v^2+(-2*v+sqrt(7))^2;` “`>plot(S(v), v=0..sqrt(7)/2);` “`>solve(S(v)=7);`

O gráfico de S é parte de uma parábola que passa por dois pontos da reta horizontal de equação $y = 7$, um com primeira coordenada $x_1 = 0$ e o outro com $x_2 = \dfrac{4\sqrt{7}}{5}$. Logo S tem mínimo em $v = \dfrac{2\sqrt{7}}{5}$.

Assim, $v = \dfrac{2\sqrt{7}}{5}$ e $u = -2\left(\dfrac{2\sqrt{7}}{5}\right) + \sqrt{7} = \dfrac{\sqrt{7}}{5}$.

(b) Com “`>plot(S(v), v=0..sqrt(7)/2);` vemos que $v = 0$ e $u = -2 \cdot 0 + \sqrt{7} = \sqrt{7}$.

Questão 5.

(a) $\text{Dom}(C) = [0, 50]$, pois ou $P = A$, ou $P = B'$, onde B' é o ponto abaixo de B na mesma margem que P, ou P está entre A e B'.

OU

$\text{Dom}(C) = [0, \infty)$, pois ou $P = A$ ou P está à direita de A.

O custo da fiação na terra é $C_t(x) = 1 \cdot x$ e o custo na água é $C_a(x) = 6\sqrt{28,8^2 + (50-x)^2}$, daí

$$C(x) = x + 6\sqrt{28,8^2 + (50-x)^2}$$

(b) `> C:=x->x+6*sqrt(28.8^2 + (50-x)^2);`

Com “ `>plot(C(x), x=0..50);` ” vemos onde C tem mínimo global.

Escolhendo $x = 45,13191$ em “ `>plot(C(x), x=45.081..45.18);` ” temos

erro $< 45,18 - 45,081 = 0,099 < 0,100 = 10^{-1}$.

Resposta: $x = 45,13191$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – IVb   feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

O gráfico de f é a parte superior da circunferência de centro $(1,-2)$ e raio 5, ou seja, a circunferência de equação $(x-1)^2+(y+2)^2=5^2$. Daí $f(x)=-2+\sqrt{5^2-(x-1)^2}$.

Definindo "`>f:=x->-2+sqrt(5^2-(x-1)^2);`" e fazendo "`>solve(f(x)=0);`", vemos que

$$f(x)=0 \iff x=1+\sqrt{21} \text{ ou } x=1-\sqrt{21}\,.$$

Questão 2.

Já sabemos que $g(-4)=0$. Como a primeira coordenada do vértice da parábola é $x_v=0$, por simetria, temos que $g(4)$ deve ser zero.Logo

$$g(x)=0 \iff x=-4 \text{ ou } x=4\,.$$

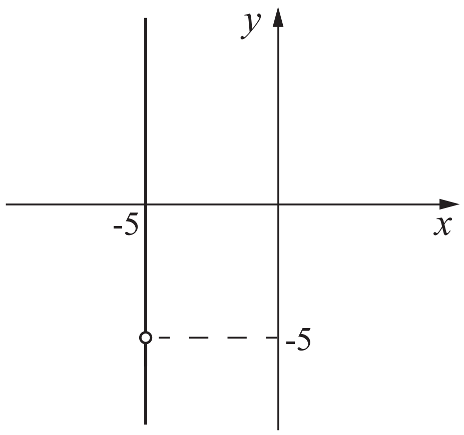
Questão 3.

(a) Observamos que $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{x+5}{(x-y)^2}=0\right\}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x=-5 \text{ e } y\neq x\}\,.$

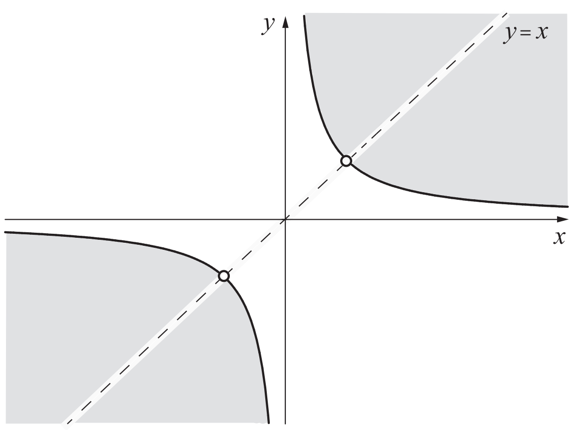
(b) `>factor(x*y*(x-y)^2 -(x^2-2*x*y+y^2));`

Observamos que

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{xy(x-y)^2-(x^2-2xy+y^2)}{(x-y)^2}\geq 0\right\}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; xy\geq 1 \text{ e } y\neq x\right\}$$



(a)



(b)

Questão 4.

Seja S a função que calcula a soma dos quadrados dos dois números u e v. Escrevendo u em termos de v, temos $u = -2v+\sqrt{5}$ e $\mathrm{Dom}(S) = \left[0, \dfrac{\sqrt{5}}{2}\right]$, pois $v \geq 0$ e sendo $u = -2v+\sqrt{5} \geq 0$, necessariamente $v \leq \sqrt{5}/2$. A expressão de S é $S(v) = v^2 + (-2v+\sqrt{5})^2$.

(a)

“`>S:=v->v^2+(-2*v+sqrt(5))^2;` “`>plot(S(v), v=0..sqrt(5)/2);` “`>solve(S(v)=5);`

O gráfico de S é parte de uma parábola que passa por dois pontos da reta horizontal de equação $y = 5$, um com primeira coordenada $x_1 = 0$ e o outro com $x_2 = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}$. Logo S tem mínimo em $v = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Assim, $v = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ e $u = -2\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right) + \sqrt{5} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

(b) Com “`>plot(S(v), v=0..sqrt(5)/2);` vemos que $v = 0$ e $u = -2 \cdot 0 + \sqrt{5} = \sqrt{5}$.

Questão 5.

(a) $\mathrm{Dom}(C) = [0, 60]$, pois ou $P = A$, ou $P = B'$, onde B' é o ponto abaixo de B na mesma margem que P, ou P está entre A e B'.

OU

$\mathrm{Dom}(C) = [0, \infty)$, pois ou $P = A$ ou P está à direita de A.

O custo da fiação na terra é $C_t(x) = 1 \cdot x$ e o custo na água é $C_a(x) = 6\sqrt{31,8^2 + (60-x)^2}$, daí

$$C(x) = x + 6\sqrt{31,8^2 + (60-x)^2}$$

(b) `> C:=x->x+6*sqrt(31.8^2 + (60-x)^2);`

Com “ `>plot(C(x), x=0..60);` ” vemos onde C tem mínimo global.

Escolhendo $x = 54,6248$ em “ `>plot(C(x), x=54.591..54.69);` ” temos

erro $< 54,69 - 54,591 = 0,099 < 0,100 = 10^{-1}$.

Resposta: $x = 54,6248$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – Va feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

O gráfico de f é a parte superior da circunferência de centro $(4,-3)$ e raio 4, ou seja, a circunferência de equação $(x-4)^2+(y+3)^2=4^2$. Daí $f(x)=-3+\sqrt{4^2-(x-4)^2}$.

Definindo "`>f:=x->-3+sqrt(4^2-(x-4)^2);`" e fazendo "`>solve(f(x)=0);`", vemos que

$$f(x)=0 \iff x=4-\sqrt{7} \text{ ou } x=4+\sqrt{7}\,.$$

Questão 2.

O vértice da parábola é o ponto $(9/2,-3)$, logo $g(x)=\mu(x-9/2)^2-3$, onde μ satisfaz $4=g(0)=\mu(0-9/2)^2-3$. Assim, $g(x)=\frac{28}{81}\left(x-\frac{9}{2}\right)^2-3$.

Definindo "`>g:=x->28/81*(x-9/2)^2 -3;`" e fazendo "`>solve(g(x)=0);`", vemos que

$$g(x)=0 \iff x=\frac{9}{2}+\frac{9\sqrt{21}}{14} \text{ ou } x=\frac{9}{2}-\frac{9\sqrt{21}}{14}\,.$$

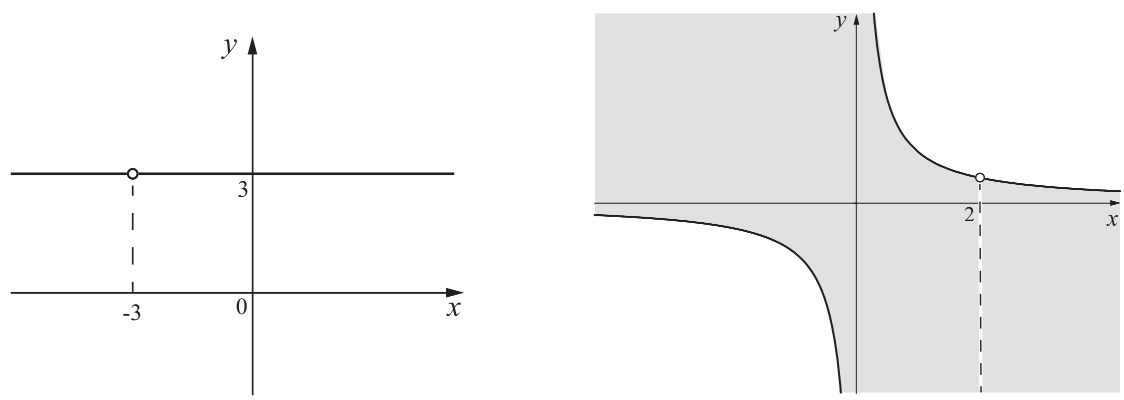
Questão 3.

(a) Observamos que $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{y-3}{(x+y)^2}=0\right\}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=3 \text{ e } y\neq -x\}\,.$

(b) `>factor(y*(x^3-4*x^2+4*x) -(x-2)^2) ;`

Observamos que

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{y(x^3-4x^2+4x)-(x-2)^2}{(x^2-4x+4)}\leq 0\right\}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; xy\leq 1 \text{ e } x\neq 2\right\}$$



(a) (b)

Questão 4.

Seja S a função que calcula a soma dos quadrados dos dois números u e v. Escrevendo u em termos de v, temos $u = -3v+\sqrt{2}$ e $\mathrm{Dom}(S) = \left[0, \dfrac{\sqrt{2}}{3}\right]$, pois $v \geq 0$ e sendo $u = -3v+\sqrt{2} \geq 0$, necessariamente $v \leq \sqrt{2}/3$. A expressão de S é $S(v) = v^2 + (-3v + \sqrt{2})^2$.

(a)

“`>S:=v->v^2+(-3*v+sqrt(2))^2;` “`>plot(S(v), v=0..sqrt(2)/3);` “`>solve(S(v)=2);`

O gráfico de S é parte de uma parábola que passa por dois pontos da reta horizontal de equação $y = 2$, um com primeira coordenada $x_1 = 0$ e o outro com $x_2 = \dfrac{3\sqrt{2}}{5}$. Logo S tem mínimo em $v = \dfrac{3\sqrt{2}}{10}$.

Assim, $v = \dfrac{3\sqrt{2}}{10}$ e $u = -3\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{10}\right) + \sqrt{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{10}$.

(b) Com “`>plot(S(v), v=0..sqrt(2)/3);` vemos que $v = 0$ e $u = -3 \cdot 0 + \sqrt{2} = \sqrt{2}$.

Questão 5.

(a) $\mathrm{Dom}(C) = [0, 50]$, pois ou $P = A$, ou $P = B'$, onde B' é o ponto abaixo de B na mesma margem que P, ou P está entre A e B'.

OU

$\mathrm{Dom}(C) = [0, \infty)$, pois ou $P = A$ ou P está à direita de A.

O custo da fiação na terra é $C_t(x) = 1 \cdot x$ e o custo na água é $C_a(x) = 6\sqrt{28,8^2 + (50 - x)^2}$, daí

$$C(x) = x + 6\sqrt{28,8^2 + (50 - x)^2}$$

(b) `> C:=x->x+6*sqrt(28.8^2 + (50-x)^2);`

Com “ `>plot(C(x), x=0..50);` ” vemos onde C tem mínimo global.

Escolhendo $x = 45,13191$ em “ `>plot(C(x), x=45.081..45.18);` ” temos erro $< 45,18 - 45,081 = 0,099 < 0,100 = 10^{-1}$.

Resposta: $x = 45,13191$

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DA G1 – Vb feita em 16 setembro de 2013

Questão 1.

O gráfico de f é a parte superior da circunferência de centro $(4,-2)$ e raio 4, ou seja, a circunferência de equação $(x-4)^2+(y+2)^2=4^2$. Daí $f(x)=-2+\sqrt{4^2-(x-4)^2}$.

Definindo "`>f:=x->-2+sqrt(4^2-(x-4)^2);`" e fazendo "`>solve(f(x)=0);`", vemos que

$$f(x)=0 \iff x=4-2\sqrt{3} \text{ ou } x=4+2\sqrt{3}\,.$$

Questão 2.

O vértice da parábola é o ponto $(9/2,-2)$, logo $g(x)=\mu(x-9/2)^2-2$, onde μ satisfaz $3=g(0)=\mu(0-9/2)^2-2$. Assim, $g(x)=\frac{20}{81}\left(x-\frac{9}{2}\right)^2-2$.

Definindo "`>g:=x->20/81*(x-9/2)^2 -2;`" e fazendo "`>solve(g(x)=0);`", vemos que

$$g(x)=0 \iff x=\frac{9}{2}+\frac{9\sqrt{10}}{10} \text{ ou } x=\frac{9}{2}-\frac{9\sqrt{10}}{10}\,.$$

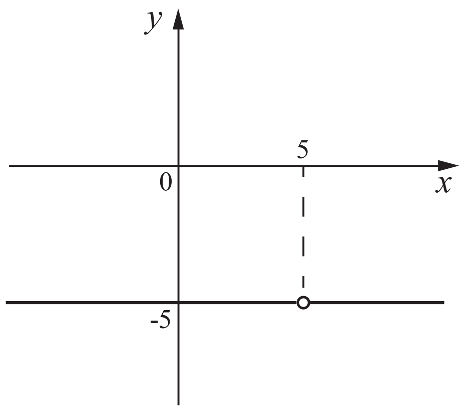
Questão 3.

(a) Observamos que $\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{y+5}{(x+y)^2}=0\right\}=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=-5 \text{ e } y\neq -x\}\,.$

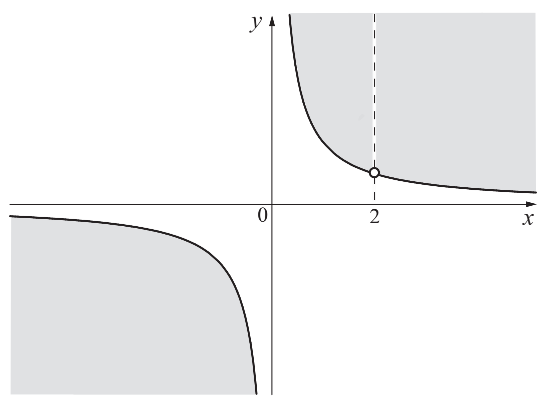
(b) `>factor(y*(x^3-4*x^2+4*x) -(x-2)^2) ;`

Observamos que

$$\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; \frac{y(x^3-4x^2+4x)-(x-2)^2}{(x^2-4x+4)}\geq 0\right\}=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \;\middle|\; xy\geq 1 \text{ e } x\neq 2\right\}$$



(a)



(b)

Questão 4.

Seja S a função que calcula a soma dos quadrados dos dois números u e v. Escrevendo u em termos de v, temos $u = -2v+\sqrt{3}$ e $\mathrm{Dom}(S) = \left[0, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$, pois $v \geq 0$ e sendo $u = -2v+\sqrt{3} \geq 0$, necessariamente $v \leq \sqrt{3}/2$. A expressão de S é $S(v) = v^2 + (-2v + \sqrt{3})^2$.

(a)

“>`S:=v->v^2+(-2*v+sqrt(3))^2;` “>`plot(S(v), v=0..sqrt(3)/2);` “>`solve(S(v)=3);`

O gráfico de S é parte de uma parábola que passa por dois pontos da reta horizontal de equação $y = 3$, um com primeira coordenada $x_1 = 0$ e o outro com $x_2 = \dfrac{4\sqrt{3}}{5}$. Logo S tem mínimo em $v = \dfrac{2\sqrt{3}}{5}$.

Assim, $v = \dfrac{2\sqrt{3}}{5}$ e $u = -2\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{5}\right) + \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{5}$.

(b) Com “>`plot(S(v), v=0..sqrt(3)/2);` vemos que $v = 0$ e $u = -2 \cdot 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$.

Questão 5.

(a) $\mathrm{Dom}(C) = [0, 60]$, pois ou $P = A$, ou $P = B'$, onde B' é o ponto abaixo de B na mesma margem que P, ou P está entre A e B'.

OU

$\mathrm{Dom}(C) = [0, \infty)$, pois ou $P = A$ ou P está à direita de A.

O custo da fiação na terra é $C_t(x) = 1 \cdot x$ e o custo na água é $C_a(x) = 6\sqrt{31,8^2 + (60 - x)^2}$, daí

$$C(x) = x + 6\sqrt{31,8^2 + (60 - x)^2}$$

(b) `> C:=x->x+6*sqrt(31.8^2 + (60-x)^2);`

Com “ `>plot(C(x), x=0..60);` ” vemos onde C tem mínimo global.

Escolhendo $x = 54,6248$ em “ `>plot(C(x), x=54.591..54.69);` ” temos

erro $< 54,69 - 54,591 = 0,099 < 0,100 = 10^{-1}$.

Resposta: $x = 54,6248$