P3 de Cálculo II
MAT 1163 — 2012.2
28 de novembro de 2012

Nome: ____________________

Assinatura: ____________________

Matrícula: ____________________ Turma: ____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	3.5		
2.a	2.5		
2.b	1.0		
3.a	1.5		
3.b	1.5		
Total	10.0		

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **<u>Não serão aceitas respostas sem justificativa.</u>**
- **<u>Não destaque as folhas da prova.</u>**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Usando o Teorema de Gauss, calcule o fluxo do campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^3, x^3, z^3)$ através da superfície do elipsóide $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + \dfrac{z^2}{4} = 1\}$, orientada positivamente.

Solução:

Questão 2

Considere a superfície hemisférica $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 = 16, z \geq 0\}$ (orientada com vetores normais unitários para cima) e o campo $\mathbf{F}(x, y, z) = (y - 4, 3xy, 2xz + z^2)$. Seja

$$I = \oint_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

onde ∂S é o bordo de S, orientado no sentido anti-horário (vista de cima).

(a) *Usando o Teorema de Stokes*, calcule I (dica: escolha uma superfície que facilite as contas).

(b) Confira o resultado do item anterior calculando I diretamente, ou seja, pela definição de integral de linha.

(obs: $\operatorname{sen}^2 t = \dfrac{1 - \cos 2t}{2}$.)

Solução:

Questão 3

Decida se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas, justificando. (**aviso**: resposta errada ou resposta certa sem justificativa receberá zero no item respectivo).

(a) A equação do plano tangente à superfície descrita pela equação $x^3+2y^2+8xz^2-3z^3y=0$ no ponto $(-2,2,0)$ é dada por: $3x-4y+14=0$.

(b) O campo $\mathbf{G}(x,y,z) = (\frac{z^3}{3}+1, \frac{x^3}{3}, \frac{y^3}{3}+4)$ é um potencial-vetor para o campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (y^2, z^2, x^2)$.

Solução: