DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 16 de setembro de 2013 (versão Ia)

Início: 7:00 Término: 8:45

Nome:____

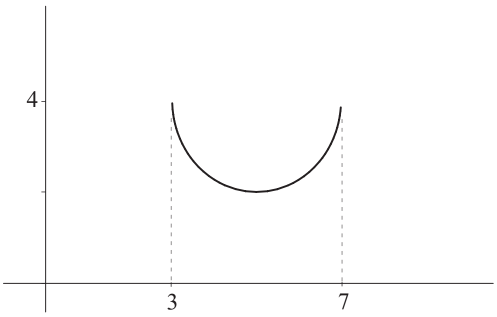
Matrícula:_________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$2,0$		
2^a	$1,0$		
3^a	$2,0$		
4^a	$2,0$		
Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G1	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere as funções $f : [3, 7] \to \mathbb{R}$ cujo gráfico é a semicircunferência como mostra a figura abaixo e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cujo gráfico é uma parábola.



(a) Encontre a expressão da função f.

(b) Sabendo que, no plano cartesiano, o ponto máximo do gráfico de g é igual ao ponto mínimo do gráfico de f, e que $g(0) = 0$, encontre a expressão da função g.

(c) Dê uma janela gráfica do Maple que permita visualizar os gráficos de f e de g, em um mesmo sistema de coordenadas, com $-1 \leq x \leq 8$.

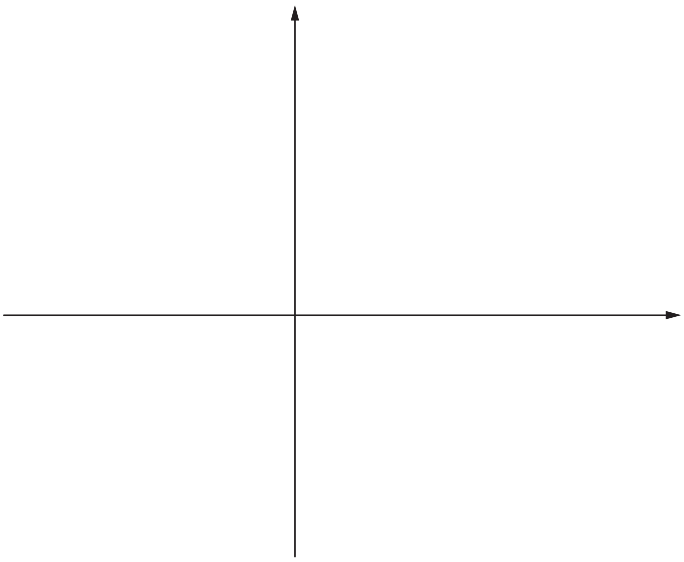
A figura obtida mostra o que você esperava? ____________ Justifique brevemente:

____

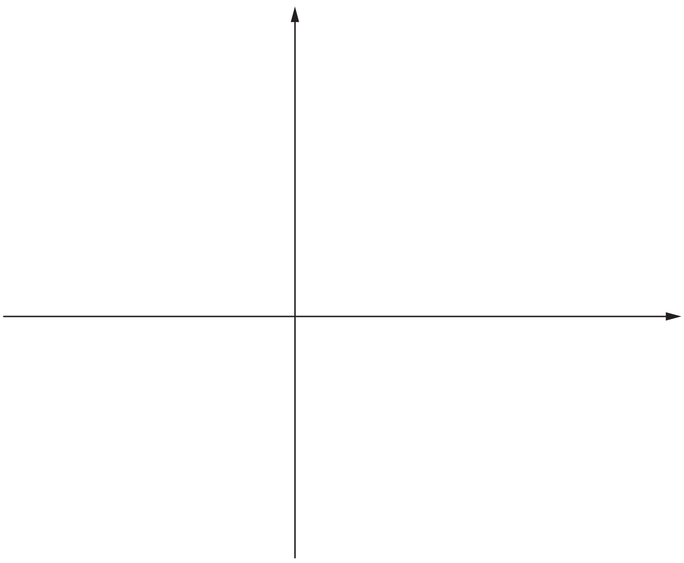
Questão 2

Represente, no plano cartesiano, cada conjunto:

(a) $\left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{y-2}{x+2} = 0 \right\}$

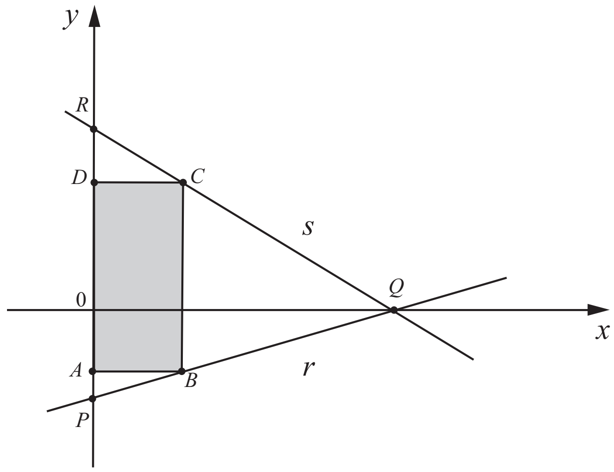


(b) $\left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{x^4 + 4x^3 + 4x^2 + y^2\,(x+2)^2}{(x+2)^2} \leq 25 \right\}$



Questão 3

Nos dois itens a seguir, considere a figura abaixo, em que $\begin{cases} P = (0, -1) \\ s : y = -\dfrac{2}{\sqrt{7}}x + 2 \end{cases}$



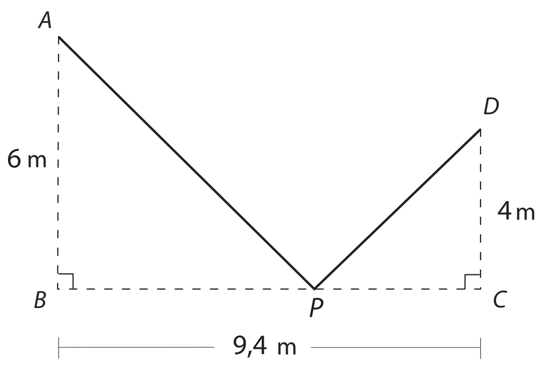
(a) Determine a equação da reta r sabendo que esta intersecta a reta s no ponto Q.

(b) Considere retângulos $ABCD$ construídos de forma que o lado $\overline{AD}$ esteja sobre o eixo-y, o vértice B sobre o segmento de reta $\overline{PQ}$ e o vértice C sobre a reta s. Seja x a primeira coordenada do ponto B

Determine o valor de x do retângulo $ABCD$ de área máxima. Calcule esta área máxima.

Questão 4

Na figura abaixo, os pontos A, B, C e D são fixos e o ponto P deve ser localizado no segmento de reta $\overline{BC}$. Seja x a distância de B a P e seja L o comprimento total de um cabo que liga P aos pontos A e D , isto é $L = PA + PD$.



(a) Dê o domínio e a expressão da função, $L(x)$, que fornece o comprimento L em termos de x.

(b) Dê uma aproximação com erro menor do que $0,06$ para o valor de x que minimiza L.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PUC-RIO
CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 16 de setembro de 2013 (versão Ib)

Início: 7:00 Término: 8:45

Nome:____

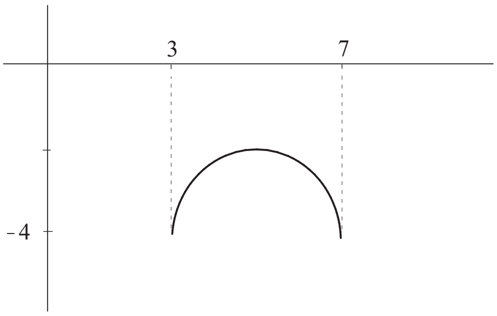
Matrícula:____________________________ Turma:___________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1^a	$2,0$		
2^a	$1,0$		
3^a	$2,0$		
4^a	$2,0$		
Prova	$7,0$		
Teste	$3,0$		
G1	$10,0$		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 45 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever na prova com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explicite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere as funções $f : [3, 7] \to \mathbb{R}$ cujo gráfico é a semicircunferência como mostra a figura abaixo e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cujo gráfico é uma parábola.



(a) Encontre a expressão da função f.

(b) Sabendo que, no plano cartesiano, o ponto mínimo do gráfico de g é igual ao ponto máximo do gráfico de f, e que $g(0) = 0$, encontre a expressão da função g.

(c) Dê uma janela gráfica do Maple que permita visualizar os gráficos de f e de g, em um mesmo sistema de coordenadas, com $-1 \leq x \leq 8$.

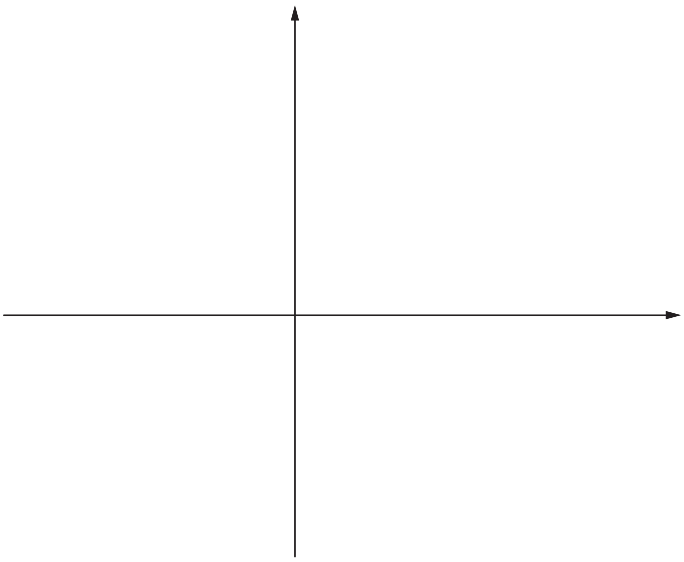
A figura obtida mostra o que você esperava? ____________ Justifique brevemente:

____

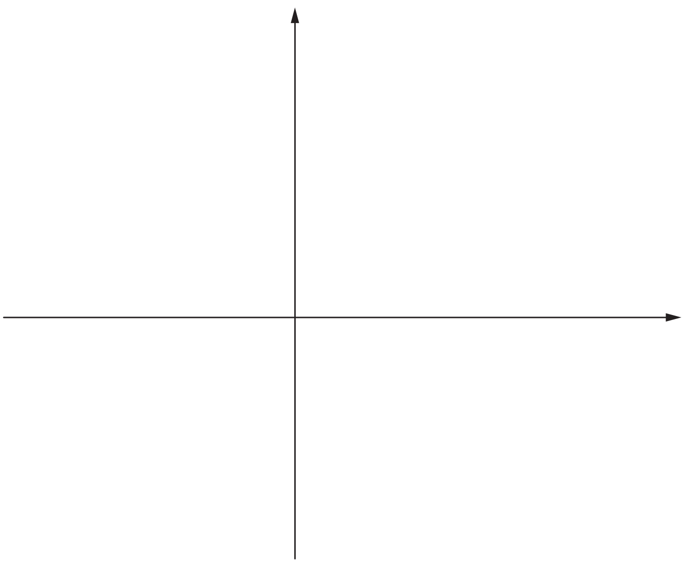
Questão 2

Represente, no plano cartesiano, cada conjunto:

(a) $\left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{x-2}{y+2} = 0 \right\}$

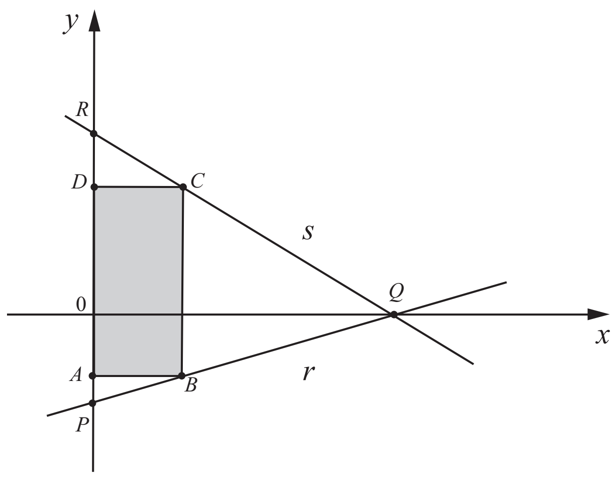


(b) $\left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \dfrac{y^4 + 4y^3 + 4y^2 + x^2\,(y+2)^2}{(y+2)^2} \leq 25 \right\}$



Questão 3

Nos dois itens a seguir, considere a figura abaixo, em que $\begin{cases} P = (0, -2) \\ s : y = -\dfrac{4}{\sqrt{5}}\,x + 4 \end{cases}$



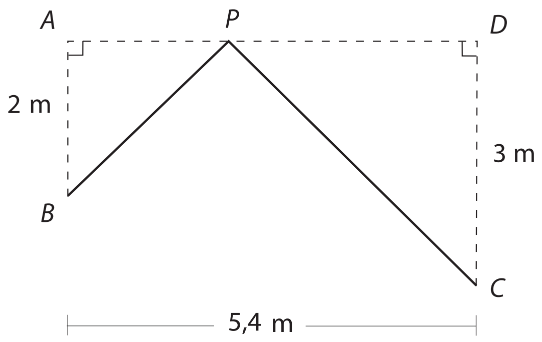
(a) Determine a equação da reta r sabendo que esta intersecta a reta s no ponto Q.

(b) Considere retângulos $ABCD$ construídos de forma que o lado $\overline{AD}$ esteja sobre o eixo-y, o vértice B sobre o segmento de reta $\overline{PQ}$ e o vértice C sobre a reta s. Seja x a primeira coordenada do ponto B

Determine o valor de x do retângulo $ABCD$ de área máxima. Calcule esta área máxima.

Questão 4

Na figura abaixo, os pontos A, B, C e D são fixos e o ponto P deve ser localizado no segmento de reta $\overline{AD}$. Seja x a distância de A a P e seja L o comprimento total de um cabo que liga P aos pontos B e C , isto é $L = PB + PC$.



(a) Dê o domínio e a expressão da função, $L(x)$, que fornece o comprimento L em termos de x.

(b) Dê uma aproximação com erro menor do que $0,06$ para o valor de x que minimiza L.