PUC-RIO – CB-CTC

G1 – Gabarito - FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 20-09-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:________________________________Matrícula: ________________

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	2,6		
2ª	2,4		
3ª	2,0		
4ª	3,0		
TOTAL	10,0		

Formulário e constantes físicas:

$I = \frac{P}{A}$; $A = 4\pi r^2$; $A = \pi r^2$; $A = 2\pi rL$; $I = c\varepsilon_0 {E_{ef}}^2 = \frac{{E_{ef}}^2}{c\mu_0}$; $E_{ef} = cB_{ef}$;

$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\nabla.\vec{B} = 0$; $\nabla x\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$; $\nabla x\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$; $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B}$.

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$; $E = cB$; $c = 3{,}0\ x\ 10^8 m/s$; $\varepsilon_0 = 8{,}9\ x\ 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$;

$\mu_0 = 12{,}56\ x\ 10^{-7} \frac{N}{A^2}$; $I = I_0.(\cos\theta)^2$;

$sen(\alpha \pm \beta) = sen\alpha.cos\beta \pm cos\alpha.sen\beta$; $cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha.cos\beta \mp sen\alpha.sen\beta$;

$v = \frac{c}{n}$; $d.sen\theta = m\lambda$; $d.sen\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$; $m = 0,1,2,3,4, \ldots$

$I = 4I_0.\cos^2(\frac{\phi}{2})$; $\frac{\phi}{2} = \frac{\pi dsen\theta}{\lambda}$; $I = I_0.(\frac{sen\ N\frac{\phi}{2}}{sen\frac{\phi}{2}})^2$; $dsen\theta = m\pi$; $m = 0, 1, 2, ..$

$Ndsen\theta = p\pi$; $p = 1, 2, 3, \ldots, N-1, N+1, \ldots$; $p \neq mN$.

$2nLcos\theta = m\lambda$; $2nLcos\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$; $m = 0,1,2,3,4, \ldots$

FIM

1ª QUESTÃO (2,6):

I - Um feixe laser cilíndrico possui potência $P = 1{,}20x10^{-3}W$. Seu feixe possui diâmetro de 0,5 mm. Determine:

(a) (0,7) O valor eficaz (rms) do campo elétrico E_{ef}.

RESP: $A = \pi r^2 = 3{,}14x(0{,}25x10^{-3})^2 = 0{,}19625x10^{-6}m^2$; $I = \frac{P}{A} = \frac{1{,}20x10^{-3}}{0{,}19625x10^{-6}}$;

$I = 6{,}115x10^3 \frac{W}{m^2} \rightarrow I = \frac{E_{ef}{}^2}{c\mu_0} \rightarrow E_{ef}{}^2 = c\mu_0 I = 3{,}0\ x\ 10^8 x12{,}56\ x\ 10^{-7}x6{,}115x10^3$;

$\rightarrow E_{ef} = 1{,}518x10^4 \frac{V}{m}$.

(b) (0,3) O valor eficaz (rms) do campo de indução magnética B_{ef}.

RESP: $E_{ef} = cB_{ef} \rightarrow B_{ef} = \frac{E_{ef}}{c} = \frac{1{,}518x10^4}{3{,}0\ x\ 10^8} \rightarrow B_{ef} = 5{,}06\ x\ 10^{-5}\ T$.

II - Coloque F de falso ou V de verdadeiro nas afirmações abaixo e justifique <u>ambas</u> as opções.

a-( ) (0,4) O divergente do campo magnético não é nulo em um ponto do espaço dentro de uma bobina portadora de corrente elétrica dependente do tempo.

RESP: (F) Temos $\nabla.\vec{B} = 0$ *sempre, pois é uma das Leis de maxwell.*

b-( ) (0,4) O rotacional de um campo elétrico $\vec{E}$ é nulo em um ponto do espaço vazio no interior de uma bobina portadora de uma corrente elétrica independente do tempo.

RESP: (V) *Temos* $\nabla x\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$. *Como* $I = constante$, $\vec{B}$ *é constante e* $\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$.

Portanto $\nabla x\vec{E} = \vec{0}$ *no espaço vazio no interior da bobina.*

c-( ) (0,4) Haverá interferência construtiva por reflexão em uma placa de vidro imersa em água quando iluminada normalmente à sua superfície por uma onda luminosa vinda da água ($n_{vidro} > n_{água}$).

RESP: (F) *–Tanto pode haver interferência construtiva quanto destrutiva. Dependerá da Diferença de Percurso Óptico entre a transmitida e a incidente ser um número meio inteiro ou inteiro de comprimentos de onda, devido à inversão de fase da onda refletida na primeira interface.*

d-(F) (0,4) Se colocarmos o dispositivo de Young (originalmente na água) imerso no ar, as franjas brilhantes se tornarão mais próximas.

RESP: (F) – *Se* $sen\theta \cong tg\theta$; $d.sen\theta = m\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L} \rightarrow y = \frac{m\lambda L}{d}$.

Para a água $y_{água} = \frac{mL\lambda_{água}}{d} \cong \frac{mL\lambda_{vácuo}}{d.n_{água}}$.

Para o ar temos $y_{ar} = \frac{mL\lambda_{ar}}{d} \cong \frac{mL\lambda_{vácuo}}{d.n_{ar}} = \frac{mL\lambda_{vácuo}}{d}$, *onde* $n_{ar} = 1$.

Isso leva a $y_{ar} > y_{água}$, *ou seja se as franjas brilhantes estavam inicialmente na água, elas no ar ficarão mais distantes.*

2ª QUESTÃO (2,4):

Uma onda eletromagnética plana se propaga no vácuo com velocidade c = 3,00 x 10^8 m/s no eixo x. O campo de indução magnética $\vec{B}$ oscila no eixo OZ com $B_m = 2{,}00x10^{-8}T$, $k = 850\ m^{-1}$ e $\omega = 25{,}5\ x\ 10^{10} rad/s$. Esse campo é representado pela expressão $\overrightarrow{B_z}\ (x,t) = 2{,}00x10^{-8}T.sen(850.x - 25{,}5\ x\ 10^{10}.t + \pi)\ \hat{k}$.

(a) (1,8) Determine a expressão do vetor campo elétrico $\overrightarrow{E_y}\ (x,t)$ a partir da equação de Maxwell $\nabla x\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$.

RESP: Aplica-se o operador Rotacional ao campo $\vec{B}$ acima e coloca-se na equação de Maxwell $\nabla x\vec{B} = \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$, pois no vácuo $\vec{J} = \vec{0}$. Temos

$$\nabla x\vec{B} = \begin{bmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & B_z \end{bmatrix} = \hat{\imath}\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - 0\right) + \hat{\jmath}\left(0 - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right) + \hat{k}(0-0) \rightarrow \quad -\hat{\jmath}\frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \rightarrow$$

$-\hat{\jmath}B_m.k.cos(kx - \omega t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$. Fazendo-se a integração no tempo dessa equação, obtém-se $\vec{E} = -\hat{\jmath}B_m.c^2.\frac{k}{(-\omega)}.sen(kx - \omega t + \pi) + constante$. Esse termo constante não produz propagação e será considerado nulo. Como $c.k = \omega$ e $c.B_m = E_m$ temos $\vec{E} = \hat{\jmath}E_m.sen(kx - \omega t)$. Isto fornece

$\vec{E}_y(x,t) = \hat{\jmath}E_y(x,t) = (6{,}00\ \frac{V}{m}).sen(850.x - 25{,}5\ x\ 10^{10}t + \pi)\ \hat{\jmath}.$

(b) (0,6) Encontre o vetor de Poynting $\vec{S}$(x,t).

RESP: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B} \quad \rightarrow$

$$\vec{S} = \frac{6x2x10^{-8}}{12{,}56\ x\ 10^{-7}} sen(850.x - 2{,}55\ x\ 10^{10}.t + \pi)\boldsymbol{\hat{\jmath}}\ \boldsymbol{x}\ sen(850.x - 2{,}55\ x\ 10^{10}.t + \pi)\ \boldsymbol{\hat{k}}$$

$$\vec{S}(x,t) = 0{,}0955.sen^2(850.x - 25{,}5\ x\ 10^{10}.t + \pi)\boldsymbol{\hat{\imath}}\ \frac{W}{m^2}.$$

3ª QUESTÃO (2,0):

(I) (1,5) Obtenha a polarização da onda eletromagnética representada abaixo: demonstre o tipo de polarização (linear, circular ou elíptica) e mostre, caso não seja linear, se a polarização é à esquerda ou à direita. Use a técnica vetorial usada em aula: $E_z\ (x,t) = E_{zm}\ sen(kx - \omega t)$; $E_y\ (x,t) = E_{ym}\ cos(kx - \omega t + \pi)$, onde $E_{zm} \neq E_{ym}$.

RESP: $E_z\ (x,t) = E_{zm}\ sen(kx - \omega t)$; $\quad E_y\ (x,t) = E_{ym}\ cos(kx - \omega t + \pi)$;

Considere o ponto de observação x = 0. Demonstra-se que a polarização é elíptica mostrando que esses componentes do campo elétrico descrevem a equação de uma elipse. Tomemos as formas abaixo dessas funções

$$\frac{E_z\ (x,t)}{E_{zm}} = sen(-\omega t) \rightarrow \{\frac{E_z\ (x,t)}{E_{zm}}\}^2 = sen^2(-\omega t)$$

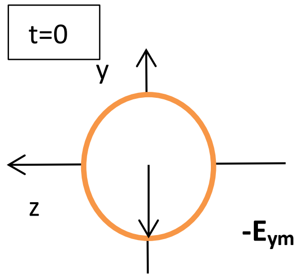
$$\frac{E_y\ (x,t)}{E_{ym}} = cos(-\omega t + \pi) = cos(-\omega t).\cos(\pi) - \mathrm{sen}(-\omega t).sen(\pi) \rightarrow$$

$$\frac{E_y\ (x,t)}{E_{ym}} = -\cos(-\omega t) \rightarrow \{\frac{E_y\ (x,t)}{E_{ym}}\}^2 = cos^2(-\omega t) \rightarrow$$

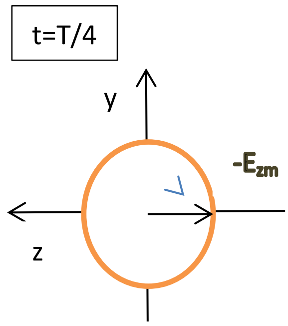
$\{\frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}\}^2 + \{\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\}^2 = sen^2(-\omega t) + cos^2(-\omega t) \rightarrow \{\frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}\}^2 + \{\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\}^2 = 1$. *Esta é a equação de uma elipse.*

Vejamos qual é o sentido de giro desses componentes. Calcule os valores de $E_z\,(x,t)$ *e* $E_y\,(x,t)$ *no ponto de observação x = 0 para os instantes t = 0 s e t = T/4 s:*

$E_z\,(0,t) = E_{zm}\, sen(-\omega t)$
$E_y\,(0,t) = E_{ym}\, cos(-\omega t\ + \pi)$



Para t = 0 s:
$E_z\,(0,0) = E_{zm}\,\mathrm{sen}(0) = 0.$
$E_y\,(0,0) = E_{ym}\, cos(\pi) = -E_{ym}.$ $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$



Para t = T/4: $E_z\,(0,T/4) = E_{zm}\,\mathrm{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -E_{zm};$
$E_y\,(0,T/4) = E_{ym}\, cos\left(-\frac{\pi}{2} + \pi\right) = 0$ $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$

Isso mostra que o giro de $\vec{E}$ *é ANTI-HORÁRIO. Portanto a POLARIZAÇÃO É ELÍPTICA À ESQUERDA!*

(II) (0,5) Obtenha o ângulo entre os eixos característicos de dois polaróides sucessivos para que a luz que saia do segundo possua 1/8 da intensidade da onda não polarizada que incide sobre o primeiro polaróide.

RESP: $I_2 = I_1.\cos^2\theta \rightarrow \frac{I_0}{8} = \frac{I_0}{2}.\cos^2\theta \rightarrow cos\,\theta = \pm\frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60°$ *em primeira determinação.*

4ª QUESTÃO (3,0):

(I) Em um dispositivo de interferência tipo Young a distância entre duas fendas é 0,275 mm. Incide-se sobre o dispositivo uma onda eletromagnética de comprimento de onda λ = 550 nm. A tela de observação está situada a 8,00 m do anteparo das fendas.

(a) (0,5) Calcule a ordem (m) do máximo completo mais distante do máximo central formado na tela de observação.

RESP: $d.sen\theta = m\lambda;\ tg\theta = \frac{y}{L};\ \ m = 0,1,2,3,4, \ldots \rightarrow$ *máximo completo mais distante do máximo central formado na tela de observação é dado por* $\theta_{máx} = 90° \rightarrow$ $sen\theta_{máx} = 1 \rightarrow d.1 = m\lambda \rightarrow m = \frac{d}{\lambda} = \frac{0{,}275x10^{-3}}{5{,}5x10^{-7}} \rightarrow m = 500.$

(b) (1,0) Calcule a intensidade da onda (I) em um ponto da tela de observação que dista 1,00 cm do máximo central. Considere a intensidade dessa onda em uma fenda dada por $I_0 = 5{,}00x10^{-8}\frac{W}{m^2}$.

RESP: $I = 4I_0.\cos^2(\frac{\varphi}{2}),$ *onde* $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi d sen\theta}{\lambda}$ e $tg\theta = \frac{y}{L}$. *Temos* $y = L.tg\theta \cong L.sen\theta$

$tg\theta = \frac{1x10^{-2}}{8} = 0{,}125x10^{-2} = sen\theta \rightarrow \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi x0{,}275x10^{-3}x0{,}125x10^{-2}}{5{,}5x10^{-7}} = 0{,}625\pi$

$\frac{\varphi}{2} = 1{,}9625\ rad \rightarrow \cos^2(\frac{\varphi}{2}) = 0{,}14574 \rightarrow I = 4I_0.\cos^2(\frac{\varphi}{2}) = 4x5x10^{-8}x0{,}14574 \rightarrow$
$I = 2{,}915x10^{-8}\frac{W}{m^2}$.

(II) Observa-se o fenômeno da interferência em uma lâmina delgada de espessura L e índice de refração 2,0 ao ser iluminada com luz branca em incidência quase perpendicular à superfície. A lâmina está imersa em água cujo índice de refração é menor que o da lâmina.

(c) (0,6) Determine a menor espessura da lâmina para que a luz de comprimento de onda 560 nm (referido ao vácuo) tenha uma reflexão intensa (máximo).

RESP: *Nesse caso há uma diferença de fase entre essas ondas, que resulta em um acréscimo de λ/2 na expressão da Diferença de Percurso Óptico (ΔPO) entre elas. A condição de máximo de interferência torna-se*

$\Delta PO = (m + \frac{1}{2})\lambda$ *para m = 0,1 ,2 , 3... Como* $\Delta PO = 2.n_t.L.\cos\theta_t$, *temos*

$2.n_t.L.\cos\theta_t = (m + \frac{1}{2})\lambda$. *Como* $\theta_i \cong 0$ *, pelas Leis de Snell-Descartes* $\theta_r \cong 0° \rightarrow$

$\theta_t \cong 0°$ *e* $\cos\theta_t = 1$. *Portanto* $L = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda}{2.n_t}$.

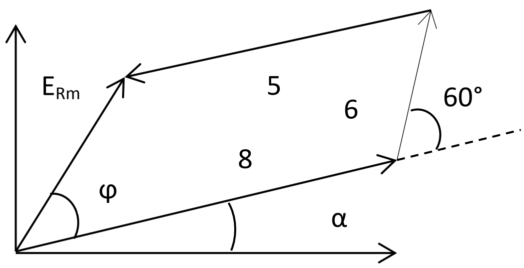
O menor L ocorre com o menor m (m = 0) $\rightarrow L = \frac{\lambda}{4.n_t} = \frac{560\ nm}{4x2{,}0} \rightarrow L = 70\ nm$.

(III) (c) (0,9) Obtenha o campo elétrico resultante da soma vetorial dos seguintes campos elétricos em uma interferência produzida por um dispositivo com três fendas:

(1) $E_1\ (x,t) = 8.sen(kx - \omega t)$;

(2) $E_2\ (x,t) = 6.sen(kx - \omega t + \frac{\pi}{3})$;

(3) $E_3\ (x,t) = 5.sen(kx - \omega t + \pi)$.



RESP: $E_R = E_1 + E_2 + E_3 = 8.sen(kx - \omega t) + 6.sen\left(kx - \omega t + \frac{\pi}{3}\right) + 5.sen(kx - \omega t + \pi)$.

Fazendo $\alpha = kx - \omega t \rightarrow E_R = 8.sen\alpha + 6.sen\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) + 5.sen(\alpha + \pi)$. *Do diagrama se vê que*

$E_{Rm}.\cos\varphi = 8 + 6.\cos 60° - 5 = 6$ *e* $E_{Rm}.sen\varphi = 6.sen 60° = 5{,}196 \rightarrow$

${E_{Rm}}^2 = (E_{Rm}.\cos\varphi)^2 + (E_{Rm}.sen\varphi)^2 = 36 + 26{,}9984 = 62{,}9984 \rightarrow$

$E_{Rm} = 7{,}937$ *e* $tg\varphi = \frac{cat\ op}{cat\ adj} = \frac{6.sen60°}{6} = 0{,}866 \rightarrow \varphi = 40{,}89°$

$E_R = E_{Rm}.sen(kx - \omega t + \varphi) \rightarrow E_R = 7{,}937.sen(kx - \omega t + 40{,}89°)$.

FIM