FIS1053 – Projeto de Apoio Eletromagnetismo – 09-Setembro-2011.
Lista de Problemas No. 13 – Equações de Maxwell - Ondas Eletromagnéticas

1ª Questão:
(I) Um aparelho de luz laser possui uma potência média de 0,9 W e um feixe de 1,2 mm de diâmetro.
(a) Obtenha os valores da intensidade do campo elétrico eficaz ($\mathbf{E}_{ef}$) e do vetor indução do campo magnético eficaz ($\mathbf{B}_{ef}$). Considere c = 3 x 10^8 m/s sendo a velocidade da onda EM no vácuo, $\mu_0 = 4\pi$ x 10 N/A^2 e ε_0 = 8,9 x 10^{-12} C^2/N.m^2.
(II) A amplitude do vetor intensidade do campo elétrico numa onda EM é dada por $E_{máx}$ = 800 V/m. Determine: (b) O valor do campo magnético eficaz ($\mathbf{B}_{ef}$).
(c) A intensidade da onda EM.
(d) A direção do vetor velocidade da onda (**V**) se **E** está na direção positiva de z e **B** na direção positiva de x, em um dado instante.

Resp: **(a)** $E_{ef} = 1{,}732x10^4\ V/m;\quad B_{ef} = 5{,}773x10^{-5}T.$ **(b)** $B_{ef} = 1{,}885x10^{-6}T.$
(c) $I = 0{,}8493x10^3 W/m^2.$ **(d)** $\vec{V} = V\hat{\jmath}$ → está na direção positiva de y.

2ª Questão:
(a) A amplitude do vetor indução do campo magnético numa onda eletromagnética é dada por $B_{máx}$ = 7,5 x 10^{-7} Tesla. Determine a intensidade da onda EM (I) e a pressão da radiação dessa onda (P_r).
(b) Uma estação de rádio AM irradia uma onda senoidal isotrópica com potência de 50 kW. Obtenha os valores do campo elétrico eficaz ($\mathbf{E}_{ef}$) e do campo magnético eficaz ($\mathbf{B}_{ef}$) a uma distância de 15 km.

Resp: **(a)** $I = 67{,}56\ W/m^2;\ P_r = 22{,}52x10^{-8}\ Pa.$ **(b)** $E_{ef} = 81{,}64x10^{-3}V/m;$
$B_{ef} = 2{,}72x10^{-10}T.$

3ª Questão: Coloque Verdadeiro (V) ou Falso (F). Justifique todas as escolhas.
a-( ) As ondas de luz e de rádio não viajam com a mesma velocidade no vácuo.
b-( ) No espaço livre os campos elétrico e magnético da onda EM estão em fase.
c-( ) O vetor de Poynting representa o transporte de energia de uma onda eletromagnética.
d-( ) A Intensidade da onda EM emitida por uma fonte puntiforme pode ser dada pela razão entre a potência emitida e a área atravessada pela onda transversalmente.
e-( ) Os vetores intensidade do campo elétrico (**E**) e de indução magnética (**B**) oscilam perpendiculares entre si em um plano ortogonal à velocidade da onda EM na onda plana.
f-( ) No espaço livre os campos elétrico e magnético têm o mesmo módulo.
g-( ) No vácuo as densidades de energia dos campos elétrico e magnético são iguais.
h-( ) Cargas aceleradas não produzem radiação eletromagnética.
i-( ) Em antenas do tipo dipolar a intensidade máxima da radiação ocorre na direção perpendicular ao dipolo, sendo nula na direção paralela à antena.

Resp: a-(F) Pois ambas são onda EM de freqüências diferentes.
b-(V) Pois ambos têm a mesma função de onda.
c-(V) É a interpretação usual do significado do vetor de Poynting.
d-(V) O valor médio do módulo do vetor de Poynting é dado pela razão entre a potência e a área da seção reta perpendicular ao próprio vetor de Poynting.
e-(V) É demonstrável por deduções a partir das equações de Maxwell.
f-(F) Pois $B_m = \frac{E_m}{c}$.
g-(V) Pois $< u_E > = \frac{\varepsilon_0 {E_{ef}}^2}{2} = \frac{{B_{ef}}^2}{2\mu_0} = < u_B >, pois\ B_{ef} = \frac{E_{ef}}{c}$.
h-(F) Produzem radiação sim, pois existe a radiação síncrotron e a de frenagem ("bremsstrahlung").
i-(V) A intensidade da radiação de um dipolo elétrico é proporcional a $\frac{\mathrm{sen}^2(\theta)}{r^2}$, onde o ângulo ($\theta$) fica entre a direção da antena (suposta no eixo z, por exemplo) e o vetor posição $\vec{r}$ (originado no centro do dipolo) até o ponto desejado. Quando o ponto desejado está no eixo x o ângulo θ vale 90°, o que produz sen(θ) = 1 e o valor máximo para a intensidade.

4º Questão:
Uma onda eletromagnética plana se propaga no vácuo na direção do eixo y, sendo sua função do campo elétrico dada por $E_z(y,t) = E_m.\mathrm{sen}(ky - \omega t)$, onde os valores de E_m, k e ω são: E_m = 870 V/m; k = 1,256x10^8 rad/m; ω = 3,768x10^{16} rad/s. A velocidade dessa onda é c = 3x10^8 m/s.

(a) Calcule o comprimento de onda λ e a frequência f.
(b) Determine a direção do campo **B.** Encontre o valor de B_m. Escreva a expressão do campo B (y,t), colocando o índice subescrito do componente em B (y,t).
(c) Encontre a expressão do vetor de Poynting **S** (y,t), indicando a direção dele no espaço segundo o sistema de coordenadas cartesianas.
(d) Obtenha uma expressão para a Intensidade (I) da onda EM e seu valor.
(e) Determine a densidade média de energia elétrica ($u_{Eméd}$) da onda EM. Faça o mesmo para a densidade média de energia magnética ($u_{Bméd}$). Faça o mesmo para a densidade de energia ($u_{méd}$).

Resp:
(a) $\lambda = 5{,}0x10^{-7}m\,;\ f = 0{,}6x10^{16}Hz$
(b) $\vec{B} = B\hat{\imath}$. Ou seja $\vec{B}$ está na direção do eixo x; $B_m = 2{,}90x10^{-6}T$.
$B_x(y,t) = 2{,}90x10^{-6}.\sin(ky-\omega t)T$, onde k = 1,256 x 10^8 rad/m e ω = 3,768 x 10^{16} rad/s.
(c) $\vec{S} = 2{,}009x10^{+3}sen^2(ky-\omega t)\,\vec{\jmath}\,W/m^2$, onde k = 1,256 x 10^8 rad/m e ω = 3,768 x 10^{16} rad/s.
(d) $I = \frac{S_m}{2} = 1{,}0045x10^{+3}W/m^2$
(e) $< u_E > = \frac{0{,}168x10^{-5}J}{m^3};\ < u_B > = 0{,}168x10^{-5}J/m^3;\ u_{méd} = 0{,}3348x10^{-5}J/m^3.$

5ª Questão: Mostre que na onda EM plana no vácuo, onde $(...)_{ef} = (...)_m/\sqrt{2}$, valem as relações:
(a) $I = <|S|> = \frac{E_{ef}B_{ef}}{\mu_0} = c\varepsilon_0 {E_{ef}}^2 = \frac{{E_{ef}}^2}{c\mu_0} = \frac{c{B_{ef}}^2}{\mu_0} = c^3\varepsilon_0{B_{ef}}^2 = c<u> = cu_{méd}$
(b) $< u_E > = \frac{\varepsilon_0 {E_{ef}}^2}{2};\ < u_B > = \frac{{B_{ef}}^2}{2\mu_0};\quad u_{méd} = \frac{E_{ef}B_{ef}}{c\mu_0} = \varepsilon_0{E_{ef}}^2 = \frac{{E_{ef}}^2}{c^2\mu_0} = \frac{{B_{ef}}^2}{\mu_0} = c^2\varepsilon_0{B_{ef}}^2.$
(c) $P_r = \frac{I}{c} = \frac{<|S|>}{c} = \frac{E_{ef}B_{ef}}{c\mu_0} = \varepsilon_0{E_{ef}}^2 = \frac{{E_{ef}}^2}{c^2\mu_0} = \frac{{B_{ef}}^2}{\mu_0} = c^2\varepsilon_0{B_{ef}}^2 = u_{méd}$
(d) ***E** é perpendicular a **B**; **E** é perpendicular a **c**; **B** é perpendicular a **c**; **S** é paralelo a **c**;* p = U/c.
(e) Seja $\vec{E} = E_y(x,t)\hat{\jmath}$ *e* $\vec{B} = B_z(x,t)\hat{\imath}$ *em uma onda plana. Mostre que* $\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$;
$\frac{\partial B_z}{\partial x} = -\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t}$; $\frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t}$ *e* $\frac{\partial B_y}{\partial x} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t}$.
OBS: Deduções pelo livro texto no capítulo sobre Equações de Maxwell e Ondas Eletromagnéticas.

6ª Questão:
(a) O fluxo da radiação solar na superfície da Terra é aproximadamente 0,75 kW/m^2. Uma família pretende usar um sistema de energia solar para atender suas necessidades diárias. A eficiência do sistema é de 30%. A família necessita de 25 kW no máximo. Determine a área mínima que os coletores solares deverão ocupar supondo que eles absorvem 100% da energia da radiação neles incidente. Resp: $A = 111\ m^2$.

(b) É possível captar a energia de uma onda EM. Porque então a transmissão de energia elétrica entre os geradores e os consumidores distantes (indústrias, cidades) é feita através de fios condutores e não por ondas EM?
Resp: Para regiões distantes a potência da onda EM é distribuída na área de uma esfera centrada na fonte, pois a intensidade da onda EM diminui com o quadrado da distância entre a fonte e o consumidor: $I = P/A = P/4\pi r^2$. A transmissão da potência elétrica por fios não depende do inverso do quadrado da distância. A perda de potências nos fios é bem pequena, dada por diversos fatores (inclusive RI^2). Nesse caso então é vantajoso transmitir através de fios com pequenas correntes e alta tensão. A transmissão por ondas poderia ser útil somente nas vizinhanças imediatas da fonte.

(c) Uma fonte gera ondas EM com potência 100 kW. Se uma lâmpada fluorescente estiver próxima da fonte ela pode ser acesa com um campo elétrico eficaz crítico de aproximadamente 100 V/m. Contudo se a distância (r) entre a lâmpada e a fonte ultrapassar um valor crítico (r_C), o fato não ocorre. Encontre essa distância mencionada (r_C). Resp: r_c = 17,3 m.

7ª Questão:
Um fio em forma de anel pode ser usado para se detetar ondas EM. Uma fonte isotrópica com potência de 50 kW gera ondas com frequência de 100 MHz. Determine a máxima tensão eficaz induzida em um anel com 30 cm de raio situado à distância de 100 km da fonte.
Resp: $\varepsilon_{ef} = 7{,}25\ mV.$

8ª Questão:
O campo elétrico de uma onda eletromagnética está na direção do eixo y. O vetor de Poynting é $\vec{S}(x,t) = 100.cos^2(10x - 3x10^9t)\vec{\imath}\,W/m^2$, onde x é medido em metros e t em segundos.
(a) Determine a direção de propagação da onda.
(b) Encontre o comprimento de onda e a frequência dessa onda.
(c) Obtenha os campos elétrico e de indução magnética dessa onda.
Resp: **(a)** $\vec{S}(x,t) = S(x,t)\vec{\imath}$ → $\vec{S}(x,t)$ possui a direção de propagação x.
(b) $\lambda = 0{,}628\ m;\quad f = 4{,}777x10^8 Hz.$
(c) $\vec{E}(x,t) = 194{,}1.cos(10x - 3x10^9t)\vec{\jmath}\,V/m\,;\quad \vec{B}(x,t) = 6{,}47x10^{-7}.cos(10x - 3x10^9t)\vec{\jmath}\ T.$

9ª Questão:
(I) O vetor **E** de uma onda EM é dado por **E**(x,t) = E_m .sen (kx – ωt) **j** + E_m .cos (kx – ωt) **k.** Através das equações de Maxwell, determine, para essa mesma onda, os vetores:
(a) **B** onde **E.B** = 0. (b) **S**.
Resp: **(a)** $\overrightarrow{B(x,t)} = -B_m.\cos(kx - \omega t)\vec{\jmath} + B_m.sen(kx - \omega t)\vec{k}.$
(b) $\vec{S} = \frac{1}{c\mu_0}\{E_m{}^2\}\vec{\imath}$ *onde* $B_m = \frac{E_m}{c}.$

(II) Considere um astronauta no espaço distante 20 m de sua cápsula. A massa total do astronauta é 95 kg. Ele dispõe de um laser de potência 1,0 kW, o qual pode ser apontado na direção da cápsula, porém em sentido oposto. Calcule quanto tempo ele levará para chegar à cápsula se levarmos em conta a reação à força dada pela taxa de variação do momento linear da luz emitida pelo laser.
Resp: $t = 9{,}38\ h.$

FIM