PUC-RIO – CB-CTC

G2 – Gabarito – FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 01-11-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:_______________________________Matrícula: ________________

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	2,4		
2ª	2,4		
3ª	2,2		
4ª	3,0		
TOTAL	10,0		

Formulário e constantes físicas: $c = 2{,}99792458 \; x \; 10^8 m/s$;

$sen\theta = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{L}$; $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$;

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2$; $\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda}$; *Mínimos:* $\alpha = n\pi$; *n = 1, 2, 3, ...ou* $a.sen\theta = n.\lambda$.

Máximos: $\alpha \cong (n + \frac{1}{2})\pi$; *n = 1, 2, 3, ...ou* $a.sen\theta \cong (n + \frac{1}{2}).\lambda$.

$I = 4I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2 .(cos\,\beta)^2$; $\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda}$; $\beta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; $2\beta = \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}.d.sen\theta$.

Máximos de $(cos\,\beta)^2$: $\beta = m\pi$; *m = 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta = m.\lambda$.

Mínimos de $(cos\,\beta)^2$: $\beta = (m + \frac{1}{2})\pi$; *m = 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta \cong (m + \frac{1}{2}).\lambda$.

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.\left(\frac{sen\,N\beta}{sen\beta}\right)^2$; $d = \frac{\Delta x}{\boldsymbol{N}}$; $D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d.\cos\theta} = \frac{tg\theta}{\lambda}$; $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m.N$.

$\beta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; *Máximos Principais:* $\beta = m\pi$; *m = 0, 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta = m\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$

$\Delta t = \gamma\Delta t_0$; $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2$; $u = \frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}.u'}$; $u' = \frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}.u}$.

Transformação Direta: $x' = \gamma(x - v.t)$; $t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}.x)$; $y' = y$; $z' = z$.

Transformação Inversa: $x = \gamma(x' + v.t')$; $t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}.x')$; $y = y'$; $z = z'$.

$f_{rec} = f_{emit}\sqrt{\frac{1\pm\beta}{1\mp\beta}}$; $f_{rec} = f_{emit}(1 - \beta + \frac{1}{2}\beta^2)$; $v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}c$.

FIM

PUC-RIO – CB-CTC

G2 –Gabarito - FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 01-11-2013 – Turma: 33-A

1ª QUESTÃO (2,4):

Parte I: No fenômeno de difração por fenda única gerada por onda monocromática em uma tela de observação distante, a distância entre o mínimo de ordem 1 e o de ordem 5 é de 0,35 mm. A tela dista 40 cm da fenda e o comprimento de onda de luz é 550 nm.

(a) (1,0) Determine a largura (a) da fenda.

RESP: *Condições para os mínimos:* $a.sen\theta = n.\lambda \rightarrow sen\theta_1 = \frac{1.\lambda}{a}$; $sen\theta_5 = \frac{5.\lambda}{a} \rightarrow$ $sen\theta_5 - sen\theta_1 = \frac{4\lambda}{a}$. *Porém* $sen\theta \cong tg\theta \rightarrow tg\theta_2 - tg\theta_1 = \frac{4\lambda}{a}$. *Como* $tg\theta = \frac{y}{L} \rightarrow$ $y_1 = L.tg\theta_1$; $y_2 = L.tg\theta_2 \rightarrow \Delta y = y_2 - y_1 = L.(tg\theta_2 - tg\theta_1) = L.\frac{4\lambda}{a} \rightarrow a = L.\frac{4\lambda}{\Delta y}$

$a = 0{,}40x\frac{4x5{,}5x10^{-7}}{0{,}35x10^{-3}} = 0{,}4x62{,}857x10^{-4} = 2{,}514x10^{-3}m \rightarrow a = 2{,}514\ mm.$

(b) (0,7) Calcule o ângulo θ do mínimo de difração de ordem 2.

RESP: *Mínimos:* $a.sen\theta = n.\lambda \rightarrow sen\theta_2 = \frac{2.\lambda}{a} = \frac{2x5{,}5x10^{-7}}{2{,}514x10^{-3}} = 4{,}376x10^{-4} \rightarrow$ $\theta_2 = 0{,}025°.$

Parte II : Os dois faróis de um automóvel distam 1,5 m. Ele se aproxima de um observador cuja pupila tem diâmetro de 5,0 mm. A luz emitida pelos faróis tem comprimento de onda 600 nm. Admita o Critério de Rayleigh nessas circunstâncias.

(c) (0,7) Calcule a distância mínima (R) entre o automóvel e o observador para que esses faróis possam ser distinguidos como objetos separados.

RESP: $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{R}$; *Identificando* $\theta = \theta_R$ *vem* $\frac{D}{R} = \frac{1{,}22.\lambda}{d} \rightarrow R = \frac{d.D}{1{,}22.\lambda} \rightarrow$

$R = \frac{5x10^{-3}x1{,}5}{1{,}22x6x10^{-7}} = 1{,}02459x10^4 m \rightarrow R = 10{,}25\ km.$

2ª QUESTÃO (2,4):

Em um experimento de fenda dupla a distância entre as fendas é 160 μm, a largura das fendas é 20,0 μm e o comprimento de onda luminosa usado é 480 nm. O valor da intensidade no máximo central é em $5{,}0x10^{-3}$ W/cm^2. A distância entre o anteparo com as fendas e a tela de observação é L = 8,0 m.

(a) (0,5) Determine a largura angular $\Delta\theta$ do máximo central de difração.

RESP: *Para difração temos* $sen\theta = \frac{n.\lambda}{a}$. *O primeiro mínimo (n = 1) da envoltória de difração ocorre em* $sen\theta_1 = \frac{1.\lambda}{a} = \frac{4{,}8x10^{-7}}{20x10^{-6}} = 0{,}024 \rightarrow \theta_1 = 1{,}37523° \rightarrow \Delta\theta_{máximo\ central} =$ $2x1{,}37523 \rightarrow \Delta\theta_{máximo\ central} = 2{,}75°.$

(b) (0,5) Obtenha a distância do terceiro mínimo de difração ao centro da imagem.

RESP: *Temos* $sen\theta = \frac{n.\lambda}{a}$. *O terceiro mínimo (n = 3) da envoltória de difração ocorre em* $sen\theta_3 = \frac{3.\lambda}{a} = \frac{3x4{,}8x10^{-7}}{20x10^{-6}} = 0{,}072 \rightarrow \theta_3 = 4{,}12886872° \rightarrow y = L.tg\theta_3 = 8x0{,}072187$ $\rightarrow y = 0{,}5775\ m.$

(c) (0,8) Calcule a intensidade I do máximo de interferência de ordem m = 3.

RESP: *A intensidade das franjas brilhantes é dada por* $I = 4I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.(cos\ \beta)^2$, *onde* $I_{máx} = 4I_0 = 5x10^{-3}W/m^2$. *Todo máximo de interferência (inclusive o de ordem m = 3)*

possui $(cos\ \beta)^2 = 1$. *Temos* $d.sen\theta = m.\lambda \rightarrow sen\theta_3 = \frac{3\lambda}{d} = \frac{3x4{,}8x10^{-7}}{1{,}6x10^{-4}} = 0{,}009$

Pondo em $\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda} \rightarrow \alpha = \frac{\pi x2x10^{-5}x0{,}009}{4{,}8x10^{-7}} \rightarrow \alpha = 0{,}375\pi = 1{,}1775\ rad.$

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.1 = 5{,}0x10^{-3}.\left(\frac{sen0{,}375\pi}{0{,}375\pi}\right)^2 = 5{,}0x10^{-3}.\left(\frac{0{,}923650811}{1{,}1775}\right)^2 = 5x10^{-3}x0{,}6153$

$I = 3{,}077x10^{-3}\frac{W}{cm^2}$.

(d) (0,6) Obtenha o número de franjas brilhantes completas existentes em um dos primeiros máximos vizinhos ao máximo central da envoltória de difração.

RESP: *O primeiro máximo da envoltória de difração vizinho ao máximo central está entre o primeiro (n = 1) e o segundo mínimo (n = 2) da envoltória de difração. Temos* $dsen\theta = m\lambda$ *e* $asen\theta = n\lambda \rightarrow \frac{d}{a} = \frac{m}{n} \rightarrow \frac{160}{20} = \frac{m}{n} \rightarrow \frac{m}{n} = 8$. *Se n = 1, m = 8 e se n = 2 temos m = 16. Ou seja o primeiro mínimo de difração coincide com o oitavo máximo de interferência, anulando-o totalmente. O segundo mínimo de difração coincide com o 16º máximo de interferência, anulando-o totalmente também. Portanto desde o nono até o 15º máximos de interferência, temos sete (7) máximos completos de interferência nesse primeiro máximo da envoltória de difração vizinho ao máximo central de difração.*

3ª QUESTÃO (2,2):

Parte I: Uma rede de difração com 200 ranhuras/ mm é iluminada perpendicularmente à rede. Essa luz contém comprimentos de onda entre 550 nm e 700 nm.

(a) (0,6) Determine a maior ordem m para a qual o espectro luminoso está presente.

RESP: $d = \frac{\Delta x}{\boldsymbol{N}} = \frac{1{,}0x10^{-3}}{2x10^2} = 0{,}5x10^{-5}m \rightarrow maior\ m\ ocorre\ com\ \theta = 90° \rightarrow sen\theta = 1$

$m = \frac{d.1}{\lambda} = \frac{0{,}5x10^{-5}}{7x10^{-7}} = 7{,}143. \rightarrow m_{maior} = 7\ para\ espectro\ completo.$

(b) (0,8) Encontre a separação angular ($\Delta\theta = \theta_B - \theta_A$) entre os máximos de interferência de segunda ordem (m = 2) formados pelos comprimentos de onda limites.

RESP: $sen\theta_B = \frac{m.\lambda_B}{d} = \frac{2x7x10^{-7}}{0{,}5x10^{-5}} = 0{,}28 \rightarrow \theta_B = 16{,}26°;$

$sen\theta_A = \frac{m.\lambda_A}{d} = \frac{2x5{,}5x10^{-7}}{0{,}5x10^{-5}} = 0{,}22 \rightarrow \theta_B = 12{,}71° \rightarrow$

$\Delta\theta = \theta_B - \theta_A = 0{,}2838 - 0{,}2218 = 0{,}062\ rad\ \ ou\ \ \Delta\theta = 16{,}26° - 12{,}71° = 3{,}55°.$

Parte II: A luz de uma lâmpada de sódio, com um comprimento de onda de 589 nm, incide perpendicularmente em uma rede de difração com 7500 ranhuras em 1,5 cm de largura.

(c) (0,8) Determine a Dispersão (D) da rede em segunda ordem.

RESP: $d = \frac{\Delta x}{\boldsymbol{N}} = \frac{1{,}5x10^{-2}}{7{,}5x10^3} = 0{,}2x10^{-5}m \rightarrow sen\theta = \frac{m.\lambda}{d} = \frac{2x5{,}89x10^{-7}}{0{,}2x10^{-5}} = 0{,}589 \rightarrow$

$\theta = 36{,}086° \rightarrow D = \frac{tg\theta}{\lambda} = \frac{0{,}72884}{5{,}89x10^{-7}} \rightarrow D = 1{,}23742\frac{rad}{\mu m};$

$ou\ D = \frac{m}{d.\cos\theta} = \frac{2}{0{,}2x10^{-5}x0{,}808133}$ → $D = 1{,}23742\frac{rad}{\mu m}$

4ª QUESTÃO (3.0):

Parte I: Uma nave espacial passa por uma base espacial com velocidade 0,450c, onde c é a velocidade da luz no vácuo. O comprimento da pista de pouso medido pelos funcionários da base em terra é 15000 m.

(a) (0,6) Calcule o comprimento da pista no referencial do piloto da nave.

RESP: *Os funcionários da base medem o comprimento próprio da pista:* $L_0 = 15000\ m$. *O piloto vê a pista passar por ele com velocidade de módulo* $v = 0{,}45c$. *O piloto obtém o comprimento da pista como L. Portanto*

$$\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2 = (0{,}45c/c)^2 = 0{,}2025 \rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}2025}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}7975}} = \frac{1}{0{,}893} = 1{,}119785$$

$$\rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{15000}{1{,}119785} \rightarrow L \cong 13395{,}43\ m.$$

(b) (0,7) Obtenha o intervalo de tempo registrado pelo piloto entre a passagem do início e do final da pista.

RESP: *Para o piloto* $|v| = \left|\frac{\Delta x}{\Delta t}\right| = \left|\frac{L}{\Delta t}\right| \rightarrow \Delta t = \left|\frac{L}{v}\right| = \frac{13395{,}43}{0{,}45x2{,}99792458x10^8} \rightarrow \Delta t = 9{,}929x10^{-5}s$

Parte II Doppler

(c) (0,7) Uma nave espacial emite luz com comprimento de onda 700 nm e se desloca com velocidade 0,210 c, onde c é a velocidade da luz, em relação a um observador postado ao longo da direção de sua velocidade. Calcule o comprimento de onda medido por esse observador para o caso de aproximação e depois para o caso de afastamento.

RESP: $f_{rec} = f_{emit}\sqrt{\frac{1\pm\beta}{1\mp\beta}} \rightarrow \frac{c}{\lambda_{rec}} = \frac{c}{\lambda_{emit}}\sqrt{\frac{1\pm\beta}{1\mp\beta}} \rightarrow \lambda_{rec} = \lambda_{emit}\sqrt{\frac{1\mp\beta}{1\pm\beta}}$. *Os sinais superiores demonstram aproximação e os inferiores, afastamento.* $\beta = \frac{u}{c} = 0{,}21$ *e* $\lambda_{emit} = 700\ nm$

Aproximação: $\lambda_{rec} = 700\sqrt{\frac{1-0{,}21}{1+0{,}21}} = 700x0{,}808017674 \rightarrow \lambda_{rec-Aprox} = 565{,}61\ nm.$

Afastamento: $\lambda_{rec} = 700\sqrt{\frac{1+0{,}21}{1-0{,}21}} = 700x1{,}237596691 \rightarrow \lambda_{rec-Afast} = 866{,}32\ nm.$

Parte III: Coloque V para Verdadeiro e F para Falso nas afirmativas abaixo. Justifique suas escolhas com base na teoria da Relatividade Restrita, nos itens em se aplica.

1-(V) (0,2) Existe Interferência sem difração.

RESP: *É possível produzir interferência entre duas ondas luminosas originárias de uma mesma onda original, bastando produzir a segunda onda por reflexão. Um exemplo é o espelho de Lloyd.*

2-(V) (0,2) Há interferência em uma rede de difração.

RESP: *As ondas emitidas pelas N fendas é superposta por interferência, ainda que cada uma dessas fendas gere difração. Esse modelo produz o espectro produzido por uma rede de difração em uma tela de observação.*

3-(F) (0,2) O tempo próprio de um observador é medido no mesmo relógio em pontos diferentes de seu referencial.

RESP: *É medido no mesmo relógio localizado no mesmo ponto em seu referencial.*

4-(F) (0,2) O comprimento próprio de uma haste é maior quando medido por um observador em relação ao qual a haste está em repouso.
RESP: *O comprimento próprio é único e é a medição do comprimento de uma haste por um observador quando a haste está em repouso em relação ao observador.*

5-(F) (0,2) A transformação de Lorentz entre coordenadas de referenciais inerciais não vale para velocidades muito pequenas quando comparadas com a velocidade da luz.
RESP: *A transformação de Lorentz entre coordenadas de referenciais inerciais sempre vale para quaisquer velocidades entre os referenciais, inclusive as muito pequenas em relação à da luz.*

FIM