PUC-RIO – CB-CTC

G2 - Gabarito – FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 24-05-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:_________________________________Matrícula: ________________

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	2,4		
2ª	2,4		
3ª	2,6		
4ª	2,6		
TOTAL	10,0		

Formulário e constantes físicas: $c = 3{,}0 \; x \; 10^8 m/s$; $sen\theta = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{L}$

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2$; $\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda}$; *Mínimos:* $\alpha = n\pi$; *n = 1, 2, 3, ...ou* $a.sen\theta = n.\lambda$.

Máximos: $\alpha \cong (n+\frac{1}{2})\pi$; *n = 1, 2, 3, ...ou* $a.sen\theta \cong (n+\frac{1}{2}).\lambda$.

$I = 4I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.(cos\,\beta)^2$; $\beta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}.d.sen\theta$.

Máximos de $(cos\,\beta)^2$: $\beta = m\pi$; *m = 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta = m.\lambda$.

Mínimos de $(cos\,\beta)^2$: $\beta = (m+\frac{1}{2})\pi$; *m = 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta \cong (m+\frac{1}{2}).\lambda$.

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.\left(\frac{sen\,N\delta}{sen\,\delta}\right)^2$; $d = \frac{\Delta x}{\boldsymbol{N}}$; $D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d.\cos\theta} = \frac{tg\theta}{\lambda}$; $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m.N$.

$\delta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; *Máximos Principais:* $\delta = m\pi$; *m = 0, 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta = m\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$

$\Delta t = \gamma\Delta t_0$; $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2$.

Direta: $x' = \gamma(x - v.t)$; $t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}.x)$; $y' = y$; $z' = z$.

Inversa: $x = \gamma(x' + v.t')$; $t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}.x')$; $y = y'$; $z = z'$.

FIM

PUC-RIO – CB-CTC
G2 - Gabarito – FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 24-05-2013 – Turma: 33-A

1ª QUESTÃO (2,4):

Parte I (1,4). No fenômeno de difração por fenda única gerada por onda monocromática em uma tela de observação distante, formam-se dois máximos de difração A e B com posições angulares θ_A e θ_B. A razão entre as ordens desses máximos vale $\frac{n_A}{n_B} = \frac{3}{1}$.

(a) (0,4) Determine a razão $\frac{sen\theta_A}{sen\theta_B}$ entre os senos dessas posições angulares se essas ordens são as menores possíveis.

RESP: *Condições para os máximos:* $a.sen\theta_A \cong (n_A + \frac{1}{2}).\lambda$; $a.sen\theta_B \cong (n_B + \frac{1}{2}).\lambda$

com $n_A = 3$ $n_B = 1$. *Fazendo a razão* $\frac{a.sen\theta_A}{a.sen\theta_B} = \frac{(n_A+\frac{1}{2})\lambda}{(n_B+\frac{1}{2})\lambda} \rightarrow \frac{sen\theta_A}{sen\theta_B} = \frac{3+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{7}{3}$

(b) (1,0) Determine a razão entre as intensidades desses máximos $\frac{I_A}{I_B}$.

RESP: $I_A = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha_A}{\alpha_A}\right)^2$ *com máximos:* $\alpha_A \cong (n_A + \frac{1}{2})\pi$ *com* $n_A = 3$. *Portanto*

$\alpha_A \cong \frac{7\pi}{2} \rightarrow sen\alpha_A = sen\frac{7\pi}{2} = -1 \rightarrow I_A = I_{máx}.\left(\frac{-1}{\frac{7\pi}{2}}\right)^2 = I_{máx}(\frac{4}{49\pi^2})$.

$I_B = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha_B}{\alpha_B}\right)^2$ *com máximos:* $\alpha_B \cong (n_B + \frac{1}{2})\pi$ *com* $n_B = 1$. *Portanto* $\alpha_B \cong \frac{3\pi}{2} \rightarrow$

$sen\alpha_B = sen\frac{3\pi}{2} = -1 \rightarrow I_B = I_{máx}.\left(\frac{-1}{\frac{3\pi}{2}}\right)^2 = I_{máx}(\frac{4}{9\pi^2})$.

$\frac{I_A}{I_B} = \frac{I_{máx}(\frac{4}{49\pi^2})}{I_{máx}(\frac{4}{9\pi^2})} = \frac{9}{49} \rightarrow \frac{I_A}{I_B} \cong 0,1837.$

Parte II (1,0). (b) O radar de um navio de resgate usa uma onda eletromagnética cujo comprimento de onda é 1,60 cm para fazer a varredura da região sob sua responsabilidade. Ou seja, ele emite e recebe essas ondas EM através de uma antena transmissora circular com diâmetro de 2,30 m. Existem dois barcos parados, distantes 6,20 km igualmente desse navio. Calcule a distância mínima entre esses dois barcos para que sejam detectados pelo radar do navio resgate como objetos separados. Admita o uso do Critério de Rayleigh nessas circunstâncias.

RESP: $\theta_R = \frac{1,22.\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{L}$; *Identificando* $\theta = \theta_R$ *vem* $\frac{D}{L} = \frac{1,22.\lambda}{d} \rightarrow D = \frac{1,22.\lambda.L}{d} \rightarrow$

$D = \frac{1,22x1,6x10^{-2}x6,2x10^3}{2,3} \rightarrow D = 52,6\ m.$

2ª QUESTÃO (2,4):

Em um experimento de fenda dupla a distância entre as fendas é 150 µm, a largura das fendas é 30,0 µm e o comprimento de onda luminosa usado é 550 nm. O valor da intensidade no máximo central é em 2,0x10^{-3} W/cm^2. Considere L = 5,00 m a distância entre o anteparo das fendas e a tela de observação.

(a) (0,5) Determine a largura $\Delta\theta$ do máximo central de difração.

RESP: *Para difração temos* $sen\theta = \frac{n.\lambda}{a}$. *O primeiro mínimo (n = 1) da envoltória de difração ocorre em* $sen\theta_1 = \frac{1.\lambda}{a} = \frac{5,5x10^{-7}}{3x10^{-5}} = 0,01833 \rightarrow \theta_1 = 1,05° \rightarrow \Delta\theta_{máximo\ central} = 2x1,05 \rightarrow \Delta\theta_{máximo\ central} = 2,1°$.

(b) (0,5) Obtenha a distância (y) do segundo mínimo de difração ao centro da imagem.
RESP: $a.sen\theta = n.\lambda$. *Fazendo n = 2* $\rightarrow sen\theta_2 = \frac{2x5,5x10^{-7}}{3x10^{-5}} \rightarrow sen\theta_2 = 0,03667 \rightarrow \theta_2 = 2,10° \rightarrow tg\theta = 0,03669 \quad tg\theta = \frac{y}{L} \rightarrow y_2 = L.tg\theta = 5x0,03669 \rightarrow y_2 = 0,184\ m$.

(c) (0,8) Calcule a intensidade I do máximo de interferência de ordem m = 3.
RESP: *A intensidade das franjas brilhantes é dada por* $I = 4I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.(cos\ \beta)^2$, *onde* $I_{máx} = 4I_0 = 2x10^{-7}W/m^2$. *Todo máximo de interferência (inclusive o de ordem m = 3)*

possui $(cos\ \beta)^2 = 1$. *Temos* $d.sen\theta = m.\lambda \rightarrow sen\theta_3 = \frac{3\lambda}{d} = \frac{3x5,5x10^{-7}}{1,5x10^{-4}} = 0,011$

Pondo em $\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda} \rightarrow \alpha = \frac{\pi x3x10^{-5}x0,011}{5,5x10^{-7}} \rightarrow \alpha = 0,6\pi = 1,884\ rad$.

$$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.1 = 2,0x10^{-3}.\left(\frac{sen0,6\pi}{0,6\pi}\right)^2 = 2,0x10^{-3}.\left(\frac{0,9514}{1,884}\right)^2 = 2x10^{-3}.0,2550 \rightarrow$$

$$I = 0,510x10^{-3}\frac{W}{cm^2} = 5,10\frac{W}{m^2}.$$

(d) (0,6) Obtenha o número de franjas brilhantes completas existentes no máximo central da envoltória de difração.
RESP: *Máximos de interferência:* $d.sen\theta = m.\lambda$; *Mínimos de difração:* $a.sen\theta = n.\lambda$. *Fazendo a razão obtemos* $\frac{d}{a} = \frac{m}{n} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{150}{30} = \frac{5}{1}$. *O mínimo de difração de ordem n = 1 coincide com o máximo de interferência de ordem m = 5, o qual não é visível. Portanto a franja brilhante mais próxima (dentro da envoltória central) é a de ordem m = 4. A partir do máximo central de interferência (m = 0) existem 4 franjas brilhantes de interferência para cada lado. Somadas com a franja central temos 9 franjas brilhantes completas de interferência no máximo central.*

3ª QUESTÃO (2,6):
Parte I (1,6). Uma rede de difração com 180 ranhuras/ mm é iluminada com luz incidente perpendicularmente à rede. Essa luz contém dois comprimentos de onda, que são respectivamente $\lambda_A = 400\ nm$ e $\lambda_B = 600\ nm$.
(a) (0,8) Calcule a separação angular ($\Delta\theta = \theta_B - \theta_A$) entre os máximos de interferência de segunda ordem (m = 2) formados por esses dois comprimentos de onda.
RESP: $d = \frac{\Delta x}{N} = \frac{1x10^{-3}}{180} = \frac{1x10^{-5}}{1,8} \rightarrow d.sen\theta = m.\lambda \rightarrow d.sen\theta_B = 2\lambda_B\ \ e\ \ d.sen\theta_A = 2\lambda_A$

$\rightarrow sen\theta_B = \frac{2\lambda_B}{d} = \frac{2x6x10^{-7}}{10^{-5}}x1,8 = 0,216 \rightarrow \theta_B = 12,4742°$. *O mesmo é feito para* λ_A.

$sen\theta_A = \frac{2\lambda_A}{d} = \frac{2x4x10^{-7}}{10^{-5}}x1,8 = 0,144 \rightarrow \theta_A = 8,2794°$. *Portanto* $\Delta\theta = \theta_B - \theta_A = 4,20°$.

(b) (0,8) Determine o menor ângulo para o qual os dois máximos se superpõem.

RESP: $sen\theta_B = sen\theta_A \rightarrow \frac{m_B\lambda_B}{d} = \frac{m_A\lambda_A}{d} \rightarrow \frac{m_B}{m_A} = \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{400}{600} = \frac{2}{3}$ *Quanto menor o ângulo, menor a ordem. Portanto as menores ordens são:* $m_B = 2$ *e* $m_A = 3$. *Nesse caso temos*

$$sen\theta_B = \frac{m_B\lambda_B}{d} = \frac{2x6x10^{-7}}{10^{-5}}x1{,}8 = 0{,}216 \rightarrow \theta_B = \theta_A = 12{,}5°.$$

<u>Parte II</u> (1,0). A luz de uma lâmpada de sódio, com um comprimento de onda de 589 nm, incide perpendicularmente em uma rede de difração com 12700 ranhuras em 2,54 cm de largura.

(c) Determine a Dispersão (D) da rede em terceira ordem.

RESP: $d = \frac{\Delta x}{N} = \frac{2{,}54x10^{-2}}{1{,}27x10^{+4}} = 2{,}0x10^{-6}m \rightarrow d.sen\theta = m.\lambda \rightarrow sen\theta = m.\frac{\lambda}{d}$

$$sen\theta_3 = 3x\frac{5{,}89x10^{-7}}{2x10^{-6}} = 0{,}8835 \rightarrow \theta_3 = 62{,}08° \rightarrow cos\theta_3 = 0{,}4684$$

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\,.cos\,\theta} = \frac{3}{2x10^{-6}x0{,}4684} \rightarrow D = 3{,}20\,rad/\mu m$$

4ª QUESTÃO (2,6):

<u>Parte I</u> (1,6). Uma nave espacial cujo comprimento medido em repouso por seu piloto é 250 m passa por uma base espacial com velocidade 0,450c, onde c é a velocidade da luz no vácuo.

(a) (0,8) Calcule o comprimento da nave no referencial da base.

RESP: $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2 \rightarrow \beta^2 = (0{,}45c/c)^2 = (0{,}45)^2 = 0{,}2025 \rightarrow$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}2025}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}7975}} = \frac{1}{0{,}893} = 1{,}120 \rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{250}{1{,}12} \rightarrow L \cong 223{,}2\,m.$$

(b) (0,8) Obtenha o intervalo de tempo registrado pelos ocupantes da base entre a passagem do início e do final da nave pela base.

RESP: $\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{223{,}2}{0{,}45x3x10^8} \rightarrow \Delta t = 1{,}653x10^{-6}s.$

<u>Parte II:</u> (1,0). Coloque V para Verdadeiro e F para Falso nas afirmativas abaixo. Justifique suas escolhas com base na teoria da Relatividade Restrita.

1-(0,3) (F) O tempo próprio de um observador é medido no mesmo relógio em pontos diferentes de seu referencial.

RESP: O tempo próprio é definido como o intervalo de tempo medido por um observador no mesmo ponto do espaço usando o mesmo relógio.

2-(0,2) (F) O comprimento próprio de uma haste é maior quando medido por um observador que se move em relação à haste.

RESP: O comprimento próprio é definido como o comprimento medido por um observador usando uma régua em repouso em relação ao objeto a ser medido.

3-(0,2) (V) A velocidade da luz é a maior velocidade possível de transmissão de um sinal entre observadores inerciais.

RESP: É um dos dois Postulados Fundamentais da Relatividade Restrita.

4-(0,3) (F) A transformação de Lorentz entre coordenadas de referenciais inerciais não vale para velocidades muito pequenas quando comparadas com a velocidade da luz.

RESP: A Transformação de Coordenadas de Lorentz vale sempre entre dois Referenciais Inerciais para quaisquer valores das velocidades envolvidas.

FIM