PUC-RIO – CB-CTC

G2 - Gabarito – FIS1061 – FÍSICA MODERNA – 05-11-2012 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:________________________________Matrícula: ________________

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª	2,4		
2ª	2,4		
3ª	2,6		
4ª	2,6		
TOTAL	10,0		

Formulário e constantes físicas: $c = 3{,}0\ x\ 10^8 m/s;\ sen\theta = \frac{1{,}22.\lambda}{d};\ \theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d};\ \ \theta = \frac{D}{L}$

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2;\ \ \alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda}$; *Mínimos:* $\alpha = n\pi$; *n = 1, 2, 3, ...ou* $a.sen\theta = n.\lambda.$
Máximos: $\alpha \cong (n + \frac{1}{2})\pi$; *n = 1, 2, 3, ...ou* $a.sen\theta \cong (n + \frac{1}{2}).\lambda.$

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.(cos\ \beta)^2\ ;\ \beta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}\ \ ;\ \ I_{máx} = 4I_0.$
Máximos de $(cos\ \beta)^2$*:* $\beta = m\pi$; *m = 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta = m.\lambda.$
Mínimos de $(cos\ \beta)^2$*:* $\beta = (m + \frac{1}{2})\pi$; *m = 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta \cong (m + \frac{1}{2}).\lambda.$

$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.\left(\frac{sen\ N\delta}{sen\ \delta}\right)^2;\ \ d = \frac{\Delta x}{\boldsymbol{N}}\ ;\ \ D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d.\cos\theta} = \frac{tg\theta}{\lambda};\ \ \ R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m.N.$

$\delta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; *Máximos Principais:* $\delta = m\pi$; *m = 0, 1, 2, 3, ...ou* $d.sen\theta = m\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$

$\Delta t = \gamma\Delta t_0\ ;\ L = \frac{L_0}{\gamma}\ ;\ \ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\ \ ;\ \ \beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2;\ \ u = \frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}.u'}\ ;\ \ u' = \frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}.u}.$

Direta: $x' = \gamma(x - v.t)\ ;\ \ t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}.x)\ \ ;\ \ \ y' = y\ \ ;\ \ z' = z.$

Inversa: $x = \gamma(x' + v.t')\ \ ;\ \ t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}.x')\ ;\ \ \ y = y'\ \ ;\ \ z = z'.$

FIM

1ª QUESTÃO (2,4):

Parte I (1,4)

Considere uma figura de difração formada por uma onda monocromática polarizada linearmente em uma tela de observação distante, após atravessar uma fenda de largura (a) em um anteparo.

(a) Determine a razão entre a intensidade do máximo secundário (I) de ordem m = 1 e o valor máximo da intensidade ($I_{máx}$) do máximo central. Faça o mesmo para o máximo de ordem m = 3. Exprima seus resultados como porcentagens. Coloque-os em ordem decrescente.

RESP: $I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2$; *Máximos:* $\alpha \cong (n + \frac{1}{2})\pi$; *n = 1, 2, 3, ...*

n = 1 → $\alpha \cong \left(1 + \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{3}{2}\pi = 4{,}71\ rad$ → $sen\alpha = -1$ → $\frac{I_1}{I_{máx}} = \left(\frac{-1}{4{,}71}\right)^2 = 4{,}51\%.$

n = 3 → $\alpha \cong \left(3 + \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{7}{2}\pi = 10{,}99\ rad$ → $sen\alpha = -1$ → $\frac{I_3}{I_{máx}} = \left(\frac{1}{10{,}99}\right)^2 = 0{,}83\%.$

$\frac{I_1}{I_{máx}} > \frac{I_3}{I_{máx}}.$

Parte II (1,0)

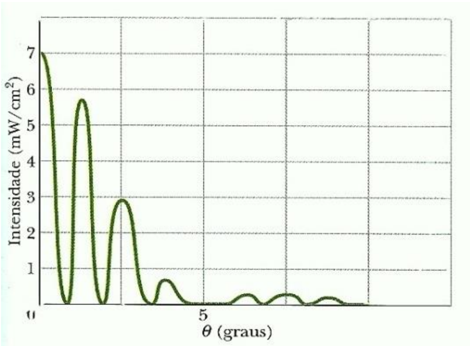
(b) Calcule a distância entre dois pontos no planeta Marte que podem ser resolvidos no limite de Rayleigh em condições ideais por um observador na Terra usando o telescópio de Monte Palomar (diâmetro 5,10 m). Admita o comprimento de onda da luz 570 nm. Adote a distância Terra-Marte como 8,50 x 10^{10} m.

RESP: $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{L}$; *Identificando* $\theta = \theta_R$ *vem* $\frac{D}{L} = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$ → $D = \frac{1{,}22.\lambda.L}{d}$ →

$D = \frac{1{,}22x5{,}7x10^{-7}x8{,}5xs10^{10}}{5{,}1}$ → $D = 11{,}6x10^3 m = 11{,}6\ km.$

2ª QUESTÃO (2,4):

Parte I (1,8)



Uma onda luminosa com comprimento de onda 620 nm passa frontalmente por um sistema de fenda dupla, com a mesma largura, produzindo uma figura de difração-interferência em uma tela de observação. O gráfico da intensidade I (em 10^{-3} W/cm^2) em função da posição angular θ (em graus) é dado ao lado.

(a) (0,5) Determine a largura a das fendas.

RESP: *O primeiro mínimo (n = 1) da envoltória de difração ocorre em* $\theta_1 = 5{,}00°$ →

$sen\ 5° = 0{,}0872$ → $a.sen\theta = n.\lambda$ → $a = \frac{\lambda}{sen\theta_1} = \frac{6{,}2x10^{-7}}{0{,}0872}$ → $a = 7{,}11x10^{-6}m.$

(b) (0,5) Obtenha a distância d entre as fendas.

RESP: *A quarta franja está ausente. O primeiro mínimo de difração coincide com essa quarta franja de interferência:* $d.sen\theta = m.\lambda$ *e* $a.sen\theta = n.\lambda$. *Fazendo a razão* $\frac{d}{a} = \frac{m}{n} = \frac{4}{1} = 4$ →
$d = 4.a = 4x7{,}11x10^{-6}$ → $d = 28{,}4x10^{-6}m$

(c) (0,8) Calcule a intensidade I do máximo de interferência de ordem m = 3 e compare com o valor do gráfico.

RESP: *A terceira franja brilhante (m = 3) de interferência ocorre em* $\theta_3 \cong 3{,}75°$ *aproximadamente. Com isso* $sen\ 3{,}75° = 0{,}06540 \rightarrow$

$$\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda} \rightarrow \alpha = \frac{\pi x 7{,}11x10^{-6}x0{,}06540}{6{,}2x10^{-7}} \rightarrow \alpha = 2{,}355\,rad \cong 0{,}75\pi \rightarrow sen0{,}75\pi = 0{,}707.$$

$$\beta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda} \rightarrow \beta = \frac{\pi x 28{,}4x10^{-6}x0{,}06540}{6{,}2x10^{-7}} \rightarrow \beta = 9{,}407\,rad \cong 3\pi \rightarrow cos3\pi = -1$$

$$I = I_{máx}.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.(cos\beta)^2 = 7{,}0x10^{-3}.\left(\frac{0{,}707}{2{,}355}\right)^2.1 = 7x10^{-3}.0{,}09013 \rightarrow$$

$I = 0{,}631x10^{-3}\,\frac{W}{cm^2}$. *Esse valor é próximo ao do gráfico!*

Parte II (0,6)

Em um experimento de fenda dupla a distância entre as fendas é 14,0 μm e a largura das fendas é 2,00 μm.

(d) Obtenha o número de máximos completos de interferência existentes no pico central da envoltória de difração.

RESP: *Máximos de interferência:* $d.sen\theta = m.\lambda$; *Mínimos de difração:* $a.sen\theta = n.\lambda$.

Fazendo a razão obtemos $\frac{d}{a} = \frac{m}{n} \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{14}{2} = 7$ *. O mínimo de difração de ordem n = 1 coincidirá com o máximo de interferência de ordem m = 7. A partir do máximo central de interferência (m = 0) existem 6 franjas brilhantes de interferência para cada lado. Somadas com a franja central temos 13 franjas brilhantes completas de interferência no máximo central.*

3ª QUESTÃO (2,6):

Parte I (1,6)

Uma luz de comprimento de onda 550 nm incide normalmente em uma rede de difração. Dois máximos principais vizinhos são observados em ângulos com sen θ_i = 0,2 e sen θ_{i+1} = 0,3. Os máximos principais de ordem 0, 1, 2, 3, 4 estão presentes. Os de quinta ordem (m = 5) estão ausentes.

(a) (0,8) Calcule a distância (d) entre duas ranhuras vizinhas.

RESP: $d.sen\theta = m.\lambda \rightarrow d.sen\theta_i = m.\lambda\ e\ d.sen\theta_{i+1} = (m+1).\lambda \rightarrow$

$$0{,}3d - 0{,}2d = (m+1).\lambda - m.\lambda \rightarrow 0{,}1d = \lambda \rightarrow d = 10\lambda = 5{,}5x10^{-6}m.$$

(b) (0,8) Determine a menor largura (a) possível para uma ranhura da rede.

RESP: *Máximos de interferência:* $d.sen\theta = m.\lambda$; *Mínimos de difração:* $a.sen\theta = n.\lambda$.

Fazendo a razão obtemos $\frac{d}{a} = \frac{m}{n} \rightarrow \frac{d}{a} = \frac{5}{1} = 5 \rightarrow a = \frac{d}{5} = \frac{5{,}5x10^{-6}}{5} \rightarrow a = 1{,}1x10^{-6}m.$

Parte II (1,0)

A luz de uma lâmpada de sódio, com um comprimento de onda de 589 nm, incide perpendicularmente em uma rede de difração com 40000 ranhuras por 7,6 cm de largura.

(c) Determine a Dispersão (D) da rede em segunda ordem.

RESP: $d = \frac{\Delta x}{N} = \frac{7{,}6x10^{-2}}{4x10^4} = 1{,}9x10^{-6}m \rightarrow d.sen\theta = m.\lambda \rightarrow sen\theta = m.\frac{\lambda}{d}$

$$sen\theta_2 = 2x\frac{5{,}89x10^{-7}}{1{,}9x10^{-6}} = 0{,}62 \rightarrow \theta_2 = 38{,}3° \rightarrow cos\theta_2 = 0{,}7846$$

$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\,.\cos\theta} = \frac{2}{1{,}9x10^{-6}x0{,}7846}$ → $D = 1{,}34\ rad/\mu m$

4ª QUESTÃO (2,6):

Parte I (1,6):

Uma nave espacial cujo comprimento medido em repouso por seu piloto é 180 m passa por uma base espacial com velocidade 0,650c, onde c é a velocidade da luz no vácuo.

(a) (0,8) Calcule o comprimento da nave no referencial da base.

RESP: $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2$ → $\beta^2 = (0{,}65c/c)^2 = (0{,}65)^2 = 0{,}4225$ →

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}4225}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}5775}} = \frac{1}{0{,}7599} = 1{,}316$ → $L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{180}{1{,}316}$ → $L = 137\ m$.

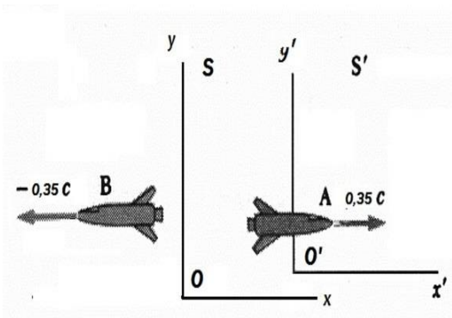
(b) (0,8) Obtenha o intervalo de tempo registrado pelos ocupantes da base entre a passagem do início e do final da nave pela base.

RESP: $\Delta t = \frac{L}{v} = \frac{137}{0{,}65x3x10^8}$ → $\Delta t = 7{,}01x10^{-7}s$.

Parte II: (1,0)

Um foguete (A) encontra-se em uma posição positiva do eixo x de um observador na Terra, situado na origem do referencial S. Esse foguete se afasta da Terra com uma velocidade de 0,35c no sentido positivo do eixo x, medida pelo observador na Terra. A velocidade da luz no vácuo é c. Outro foguete (B), situado no lado negativo do eixo x, se afasta da Terra com a velocidade de módulo 0,35c no sentido negativo do eixo x, medida pelo observador na Terra. Expresse as respostas em função de c.

(c) Encontre a velocidade do foguete B em relação ao foguete A.



RESP: *Considere o foguete A como o referencial S' e a Terra como o referencial S. Portanto usaremos o símbolo v para a velocidade de A. Usaremos o símbolo u para a velocidade do foguete B em relação à Terra. Deseja-se saber a velocidade u' do foguete B em relação ao foguete A (ou seja em relação ao referencial S').*

$u' = \frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}.u} = \frac{-0{,}35c-0{,}35c}{1-\frac{0{,}35c}{c^2}.(-0{,}35c)} = \frac{-0{,}70c}{1+0{,}1225}$ → $u' = -0{,}62\ c$.

FIM