

PUC-RIO – CB-CTC

G3 – Gabarito - FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 26-06-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível: _____

Assinatura: _____ Matrícula: _____

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	3,0		
2ª	3,5		
3ª	3,5		
TOTAL	10,0		

Formulário: $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$; $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$; $hc = 1240 \text{ eV.nm}$

$q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ Kg}$; $k_E = 9,0 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$; $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$;

$\Delta t = \gamma \Delta t_0$; $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2$; $u = \frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}u'}$; $u' = \frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}u}$.

Direta: $x' = \gamma(x - v.t)$; $t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}.x\right)$; Inversa: $x = \gamma(x' + v.t')$; $t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}.x'\right)$;

$f_{rec} = f_{emit} \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$; $f_{rec} = f_{emit} \left(1 - \beta + \frac{1}{2}\beta^2\right)$; $v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} c$; $\vec{p} = \gamma m \vec{u}$; $E_0 = mc^2$; $E = \gamma mc^2$;
 $E = K + mc^2$; $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$; $\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{u}$; $\frac{u}{c} = \frac{pc}{E}$; $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$; $W = K_f - K_i$

$E_{f\acute{o}ton} = h.f$; $c = \lambda.f$; $q_e.V_F = h.f - \Phi$; $K_{m\acute{a}x} = q_e.V_F$; $h.f_C = \Phi$;

$p_{f\acute{o}ton} = \frac{h}{\lambda}$; $\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$; $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 0,00243 \text{ nm} = 0,0243 \text{ \AA}$;

$\lambda_{m\acute{a}x} T = 0,002898 \text{ m.K}$; $I(T) = \sigma T^4$;

$r_n = n^2.a_B$; $1\text{\AA} = 10^{-10} \text{ m}$; $a_B = \frac{\hbar^2}{m_e k_E q_e^2} = 0,529 \text{ \AA}$; $R_H = \frac{m_e k_E^2 q_e^4}{4\pi c \hbar^3} = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$;

$E_n = -\frac{m_e k_E^2 q_e^4}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$ para $n=1, 2, 3, \dots$; $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$.

FIM

PUC-RIO – CB-CTC
G3 – GABARITO – FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 26-06-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível: _____

Assinatura: _____ Matrícula: _____

1ª QUESTÃO (3,0):

Parte I: As estrelas emitem uma luz com comprimento de onda 656,3 nm produzida por átomos de Hidrogênio na estrela.

(a) (1,0) Calcule o comprimento de onda (λ_{rec}) dessa luz recebido na Terra, supondo que a estrela se afasta da Terra com velocidade 0,001 c. Considere tal efeito devido exclusivamente ao efeito Doppler. Justifique sua resposta.

$$RESP: u = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0} \cdot c \rightarrow 0,001 c = \frac{\Delta\lambda}{656,3 \text{ nm}} \cdot c \rightarrow \Delta\lambda = 0,6563 \text{ nm} \rightarrow \lambda_{rec} - 656,3 = 0,6563$$

$\rightarrow \lambda_{rec} = 656,96 \text{ nm} \rightarrow$ *Ocorre AFASTAMENTO. Portanto o comprimento de onda recebido (656,96 nm) é maior que o emitido (656,3 nm).*

Parte II:(b) (1,0) Calcule o trabalho necessário para acelerar um próton do repouso até a velocidade $v = 0,90c$. A massa do próton é $1,672 \times 10^{-27} \text{ kg} = 0,93827 \text{ GeV}/c^2$.

$$RESP: W = K_f - K_i = K_f = (\gamma - 1)m_p c^2. \text{ Temos } \beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2 = (0,90)^2 = 0,81 \rightarrow$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,81}} = 2,29416 \rightarrow \gamma - 1 = 1,29416 \rightarrow W = 1,29416 \times 0,93827 \text{ GeV}$$

$$W = 1,2143 \text{ GeV} = 1,9428 \times 10^{-10} \text{ J}.$$

Parte III: A energia total de um elétron em uma certa reação nuclear é 2,40 MeV.

(c) (1,0) Calcule o momento linear (p_e) em MeV/c e a velocidade (u) desse elétron em função de c. A energia de repouso do elétron é 0,511 MeV.

$$RESP: (p_e c)^2 = E^2 - (m_e c^2)^2 \rightarrow (p_e c)^2 = (2,40)^2 - (0,511)^2 = 5,76 - 0,26 = 5,50$$

$$p_e = 2,34 \text{ MeV}/c \rightarrow \frac{u}{c} = \frac{p_e c}{E} = \frac{2,34 \frac{\text{MeV}}{c} \cdot c}{2,4 \text{ MeV}} \rightarrow \frac{u}{c} = 0,975 \rightarrow u = 0,975 c.$$

2ª QUESTÃO (3,5):

Parte I: Considere o uso da lei de Wien ($T \cdot \lambda_{m\acute{a}x} = \text{constante}$) válido aproximadamente para a superfície de um corpo. Admita a temperatura dessa superfície 47° C .

(a) (0,7) Determine o comprimento de onda dessa radiação. Diga se está na faixa do visível (400 nm a 700 nm).

$$RESP: \lambda_{m\acute{a}x} T = 0,002898 \text{ m} \cdot \text{K} \rightarrow T_K = T_C + 273 = 47 + 273 = 320 \text{ K} \rightarrow$$

$$\lambda_{m\acute{a}x} = \frac{0,002898}{T} = \frac{0,002898}{320} \rightarrow \lambda_{m\acute{a}x} = 90,56 \times 10^{-7} \text{ m} = 9056 \text{ nm}. \rightarrow \text{Fora da faixa visível!}$$

Parte II: Suponha que um satélite seja revestido de platina, cuja função trabalho vale 5,32 eV. Ele é iluminado com fótons de energia 5,80 eV.

(a) (1,0) Determine o comprimento de onda dessa onda EM e o comprimento de onda máximo de radiação incidente capaz de ejetar elétrons da superfície do satélite.

$$\text{RESP: } E = hf = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1243 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{5,8 \text{ eV}} \rightarrow \lambda = 213,8 \text{ nm}.$$

$$h \cdot f_c = \Phi \rightarrow \frac{hc}{\lambda_c} = \Phi \quad \lambda_c = \frac{hc}{\Phi} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{5,32 \text{ eV}} \rightarrow \lambda_c = 233,1 \text{ nm}.$$

(b) (0,8) Calcule a energia cinética máxima ($K_{\text{máx}}$) dos elétrons ejetados .

$$\text{RESP: } K_{\text{máx}} = E - \Phi = 5,8 - 5,32 \rightarrow K_{\text{máx}} = 0,48 \text{ eV} = 0,768 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

(c) (1,0) Obtenha a energia total (E) desses elétrons em MeV.

$$\text{RESP: } E = K_{\text{máx}} + m_e c^2 = 0,48 \text{ eV} + 0,511 \times 10^6 \text{ eV} \rightarrow E = 511000,48 \text{ eV} \cong 0,511 \text{ MeV}.$$

3ª QUESTÃO (3,5)

Parte I: Um feixe de raios gama com fótons de energia 0,920 MeV incide sobre um alvo, sendo espalhado em várias direções por elétrons quase livres do alvo, no Efeito Compton.

(a) (0,7) Calcule o comprimento de onda dos raios gama incidentes.

$$\text{RESP: } E = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{0,92 \times 10^6 \text{ eV}} \rightarrow \lambda_0 = 1,3478 \times 10^{-3} \text{ nm} = 0,013478 \text{ \AA}$$

(b) (0,8) Determine o comprimento de onda dos raios gama espalhados a 90° em relação à direção do feixe incidente.

$$\text{RESP: } \Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta) = 0,0243 \text{ \AA} \cdot (1 - \cos 90^\circ) = 0,0243 \text{ \AA},$$

$$\text{pois } \lambda_c = \frac{h}{mc} = 0,00243 \text{ nm} = 0,0243 \text{ \AA}. \text{ Com isso } \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 0,013478 \text{ \AA} + 0,0243 \text{ \AA} \\ \rightarrow \lambda = 0,03778 \text{ \AA} = 0,003778 \text{ nm}.$$

(c) (0,8) Obtenha a energia dos elétrons espalhados quando os fótons são espalhados a 90° . **RESP:** *Conservação da Energia na colisão fóton-elétron:* $hf_0 + mc^2 = hf + E_e \rightarrow$

$$E_e = hf_0 - hf + mc^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} + mc^2 = hc \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda\lambda_0} \right) + mc^2 = hc \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda\lambda_0} + mc^2 \rightarrow$$

$$E_e = 12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA} \cdot \frac{0,0243 \text{ \AA}}{0,03778 \text{ \AA} \times 0,013478 \text{ \AA}} + 0,511 \text{ MeV} = 0,0124 \text{ MeV} \times \frac{0,0243}{0,000509} + 0,511 \text{ MeV} \rightarrow$$

$$E_e = 0,592 \text{ MeV} + 0,511 \text{ MeV} \rightarrow E_e = 1,103 \text{ MeV}.$$

Parte II A série de Paschen para o Hidrogênio corresponde a transições eletrônicas que terminam no estado de número quântico $n = 3$.

(d) (0,6) Determine o comprimento de onda do fóton de maior comprimento de onda emitido. Sugestão: a transição eletrônica deve provir do número quântico mais próximo acima.

$$\text{RESP: } \frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \times \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \times \left(\frac{7}{144} \right) \rightarrow$$

$$\frac{1}{\lambda} = 0,0533264 \times 10^7 \rightarrow \lambda = 18,752 \times 10^{-7} \text{ m} = 1875,2 \text{ nm}.$$

(e) (0,6) Obtenha a energia desse estado inicial (E_i).

$$\text{RESP: } E_4 = -\frac{E_0}{n_i^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{4^2} \rightarrow E = -0,85 \text{ eV} = -1,36 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

FIM