PUC-RIO – CB-CTC

G4 – Gabarito - FIS1061 – FÍSICA MODERNA – 07-12-2012 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:______________________________Matrícula: _______________

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.
Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	2,5		
2ª	2,5		
3ª	2,5		
4ª	2,5		
TOTAL	10,0		

Formulário: $I = c\varepsilon_0 E_{ef}{}^2$; $E_{ef} = cB_{ef}$; $I = \frac{P}{A}$; $\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\nabla.\vec{B} = 0$; $\nabla x\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\nabla x\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$; $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B}$; $v = \frac{c}{n}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$; $E = cB$; $c = 3{,}0\, x \frac{10^8 m}{s}$; $\varepsilon_0 = 8{,}9\, x\, 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$; $\mu_0 = 12{,}56\, x\, 10^{-7} \frac{N}{A^2}$; $I = I_0.(\cos\theta)^2$; $sen(\alpha \pm \beta) = sen\alpha.cos\beta \pm cos\alpha.sen\beta$; $cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha.cos\beta \mp sen\alpha.sen\beta$; $d.sen\theta = m\lambda$; $d.sen\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$; $m = 0,1,2,3,4, \ldots$; $2nLcos\theta = m\lambda$; $2nLcos\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$; $m = 0,1,2,.\, ou\ sen\theta = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{L}$; $tg\theta_B = n_t/n_i$ $I = I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2$; $\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda}$; *Mínimos:* $\alpha = n\pi$; *n = 1, 2,...ou* $a.sen\theta = n.\lambda$; *Máximos:* $\alpha \cong (n + \frac{1}{2})\pi$; *n = 1, 2, ..* $a.sen\theta \cong (n + \frac{1}{2}).\lambda$; $I = I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.(cos\ \beta)^2$; $\beta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; *Máximos de* $(cos\ \beta)^2$: $\beta = m\pi$; *m = 1, 2, ..ou* $d.sen\theta = m.\lambda$; *Mínimos de* $(cos\ \beta)^2$: $\beta = (m + \frac{1}{2})\pi$; *m = 1, 2,..ou* $d.sen\theta \cong (m + \frac{1}{2}).\lambda$; $d = \frac{\Delta x}{\boldsymbol{N}}$; $\delta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; $I = I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.\left(\frac{sen\ N\delta}{sen\ \delta}\right)^2$; *Máximos Principais:* $\delta = m\pi$; *m = 1, 2,...ou* $d.sen\theta = m\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$; $D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d.\cos\theta} = \frac{tg\theta}{\lambda}$; $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m.N$; $\Delta t = \gamma\Delta t_0$; $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2$; $u = \frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}.u'}$; $u' = \frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}.u'}$; $q_e = 1{,}6\, x\, 10^{-19}C$; $hc = 1243\ eV.nm$; $\theta_t + \theta_B = 90°$. *Direta:* $x' = \gamma(x - v.t)$; $t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}.x)$; $y' = y$; $z' = z$; $m_e = 9{,}1\, x\, 10^{-31}Kg$; $h = 6{,}63\, x\, 10^{-34}J.s = 4{,}144x10^{-15}eV.s$; $1eV = 1{,}6x10^{-19}\,J$; $f_{rec} = f_{emit}\sqrt{\frac{1\pm\beta}{1\mp\beta}}$; $v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}c$; $f_{rec} = f_{emit}(1 - \beta + \frac{1}{2}\beta^2)$; $\vec{p} = \gamma m\vec{u}$; $E_0 = mc^2$; $E = \gamma mc^2$; $K = E - mc^2$; $tg\theta_B = \frac{n_t}{n_i}$; $E^2 = (pc)^2 + mc^2$; $\vec{p} = \frac{E}{c^2}\vec{u}$; $m_e c^2 = 0{,}512\ MeV$; $\lambda_{máx}T = 0{,}002898\ m.K$; $E_{fóton} = h.f$; $c = \lambda.f$; $q_e.V_F = h.f - \Phi$; $K_{máx} = q_e.V_F$; $h.f_C = \Phi$; $p_{fóton} = \frac{h}{\lambda}$; $\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - cos\theta)$; $\lambda_{Ce} = \frac{h}{m_e c} = 2{,}43\ pm$; $r_n = n^2.a_B$; $a_B = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k_E q_e^2} = 0{,}529$ Å; $E_n = -\frac{k_E q_e^2}{2a_B}\left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{13{,}6}{n^2}eV$ para *n=1, 2, 3, ...;* $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = R_H\left(\frac{1}{n_f{}^2} - \frac{1}{n_i{}^2}\right)$; $R_H = \frac{k_E q_e^2}{2m_e hc} = 1{,}097x10^7\ m^{-1}$. FIM.

PUC-RIO – CB-CTC
G4 – Gabarito - FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 07-12-2012 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:_________________________________Matrícula: ________________

1ª QUESTÃO (2,5):

Parte I: Uma onda eletromagnética tem frequência de 100 MHz e se propaga no vácuo, tendo seu campo magnético de indução dado por $\vec{B} = 1{,}0x10^{-8}T.\cos(kz - \omega t)\vec{\imath}$.

(a) (1,0) Determine o número de onda (k), a frequência angular ω e o vetor $\vec{E}$ dessa onda. Justifique sua resposta.

RESP: $\omega = 2\pi f = 6{,}28x10^8 rad/s \rightarrow k = \frac{\omega}{c} = \frac{6{,}28x10^8}{3x10^8} = 2{,}09\, m^{-1}$.

$$\nabla x\vec{B} = \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \rightarrow \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x(z,t) & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}\vec{\imath} + \frac{\partial E_y}{\partial t}\vec{\jmath} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\vec{k}\right) \rightarrow$$

$$\vec{\jmath}\left(\frac{\partial B_x}{\partial z}\right) = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial E_y}{\partial t}\vec{\jmath}\right) \rightarrow (-1{,}0x10^{-8}. sen(kz - \omega t).k = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial E_y}{\partial t}\right) \rightarrow$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = c^2 k.(-1{,}0x10^{-8})\, sen(kz - \omega t) \rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial t} = c(-\omega)(10^{-8})\, sen(kz - \omega t) \rightarrow$$

$E_y(z,t) = c(-10^{-8})\cos(kz - \omega t) + constante.$ *Contudo essa constante não contribui para a propagação, podendo ser tomada como nula. Nesse caso* $\vec{E}(z,t) = (-3{,}0\, V/m)\cos(kz - \omega t)\vec{\jmath}$*, onde* $\omega = 6{,}28x10^8 rad/s$ *e* $k = 2{,}09\, \frac{1}{m}$.

(b) (0,7) Encontre o vetor de Poynting ($\vec{S}$) e a intensidade dessa onda.

RESP: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B} = \frac{1}{\mu_0}E_y(z,t)\vec{\jmath}\, X\, B_x(z,t)\vec{\imath} \rightarrow \vec{S} = \frac{3x10^{-8}}{12{,}56x10^{-7}}cos^2(kz - \omega t)\,\vec{k} \rightarrow$

$\vec{S} = (23{,}9x10^{-3}\frac{W}{m^2})[\cos(kz - \omega t)]^2\vec{k}$*, onde* $\omega = 6{,}28x10^8 rad/s$ *e* $k = 2{,}09\, \frac{1}{m}$.

Parte II: O ângulo de polarização da luz incidente do ar sobre a superfície plana de um objeto transparente é 60°.

(c) (0,8) Calcule o ângulo de refração da luz (θ_t) no interior desse objeto e o índice de refração (n_t) desse objeto.

RESP: $\theta_t + \theta_i = 90°$, *tal que* $\theta_B \equiv \theta_i$. *Portanto* $\theta_t + 60° = 90° \rightarrow \theta_t = 30°$. *Por outro lado* $tg\theta_B = \frac{n_t}{n_i} \rightarrow tg60° = \frac{n_t}{1} \rightarrow n_t = 1{,}732$.

2ª QUESTÃO (2,5):

Parte I: O radar de um navio cruzador usa um comprimento de onda de 1,6 cm. A antena transmissora é circular, com diâmetro de 2,3 m. Duas lanchas estão a 6,2 km do cruzador.

(a) (0,8) Calcule a distância mínima entre essas lanchas para que elas possam ser distinguidas pelo radar como objetos separados. Use o critério de Rayleigh.

RESP: $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$ *e* $\theta = \frac{D}{L} \rightarrow \theta = \theta_R \rightarrow D = \frac{1{,}22.\lambda}{d}L = \frac{1{,}22x1{,}6x10^{-2}}{2{,}3}x6{,}2x10^3$

$D = 52{,}6\, m.$

Parte II: Uma rede de difração com 24,0 mm de comprimento possui 6000 ranhuras. Luz de comprimento de onda 589 nm incide ortogonalmente à superfície da rede.
(b) (0,7) Determine o maior valor do ângulo (θ) para o qual são observados máximos de intensidade em uma tela distante.

RESP: $d = \frac{\Delta x}{N} = \frac{24x10^{-3}}{6x10^{3}} = 4x10^{-6}m$. $Em\ d.sen\theta = m\lambda \rightarrow sen\theta = m\frac{5{,}89x10^{-7}}{4x10^{-6}} \rightarrow$

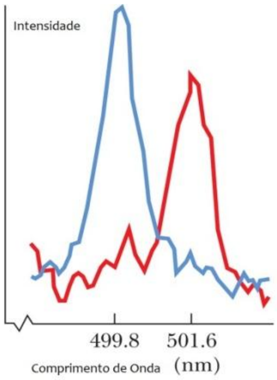
$sen\theta = m\frac{5{,}89x10^{-7}}{4x10^{-6}} = 0{,}1473m.$ *Para que* $sen\theta \leq 1$ *o maior valor de* m *é* 6. *Usando*

$m = 6$ *temos* $sen\theta_{máx} = 0{,}1473x6 = 0{,}8838 \rightarrow \theta_{máx} \cong 62°.$

Parte III: O comprimento de uma nave espacial em um referencial inercial é metade do comprimento de repouso.
(c) (1,0) Obtenha a velocidade da nave em função de c (velocidade da luz) com três algarismos significativos. Faça o mesmo para o fator de Lorentz (γ) que relaciona esses comprimentos.

RESP: $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $L = \frac{L_0}{2} \rightarrow \frac{L_0}{2} = \frac{L_0}{\gamma} \rightarrow \gamma = 2$. $Em\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow 1 - \beta^2 = \frac{1}{\gamma^2} = 0{,}25 \rightarrow$
$\beta^2 = 0{,}75 \rightarrow \beta = 0.866 \rightarrow v = 0{,}866c = 2{,}6x10^8 m/s.$

3ª QUESTÃO (2,5)



Parte I: A figura mostra as curvas de intensidade em função de comprimento de onda da luz produzida por nuvens de gases interestelares situadas em extremidades opostas da galáxia M87. O gás gira em torno do núcleo da galáxia aproximando-se de um lado e se afastando do lado oposto.
(a) (1,0) Diga qual das curvas está associada ao gás que se aproxima da Terra. Justifique. Calcule a velocidade do gás em relação ao nosso planeta. Considere o comprimento de onda emitido como sendo o valor médio entre os dois fornecidos na figura.

RESP: *Aproximação significa aumento da frequência, o que corresponde ao menor comprimento de onda:* $\lambda = 499{,}8\ nm$. *O valor médio do comprimento de onda é*

$\lambda_0 = 500{,}7\ nm$. *Como* $|\Delta\lambda| = (501{,}6 - 500{,}7)\ nm = 0{,}9\ nm$. *A velocidade é*

$v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}c = \frac{0{,}9\ nm}{500{,}7\ nm}x3x10^8 \rightarrow v = 5{,}39x10^5\ m/s = 0{,}0018c.$

Parte II: Um feixe luminoso incide sobre uma placa de sódio produzindo emissão fotoelétrica. O potencial de corte dos elétrons é 5,0 V e a função trabalho do sódio é 2,2 eV. (b) (1,0) Encontre a energia cinética máxima ($K_{máx}$) dos elétrons ejetados e o comprimento de onda (λ) da radiação incidente.

RESP: $K_{máx} = q_e.V_F = 5{,}0\ eV = 1{,}6x10^{-19}x5{,}0 = 8{,}0x10^{-19}J \rightarrow E_f = K_{máx} + \Phi$

$E_f = (5 + 2{,}2)\ eV = 7{,}2\ eV \rightarrow E_f = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1243\ eV.nm}{7{,}2\ eV} \rightarrow \lambda = 172{,}6\ nm.$

<u>Parte III:</u>(c) (0,5) Obtenha o máximo valor possível para o deslocamento do comprimento de onda em uma colisão de Compton entre um fóton e um PRÓTON livre.

RESP: $\Delta\lambda = \frac{h}{m_p c}(1 - cos\theta)$. *O valor máximo de* $\Delta\lambda$ *ocorre para* $cos\theta = -1$, *ou seja*

$\theta = 180°$. *Nesse caso* $\Delta\lambda = \frac{h}{m_p c}(1 + 1) = \frac{2x6{,}63x10^{-34}}{1{,}673x10^{-27}x3x10^{8}} \rightarrow \Delta\lambda = 2{,}64x10^{-15}m.$

4ª QUESTÃO (2,5)

<u>Parte I:</u> (a) (1,0) Determine os comprimentos de onda das transições eletrônicas de n = 4 para n = 2 no átomo de hidrogênio.

RESP: $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = R_H\left(\frac{1}{{n_f}^2} - \frac{1}{{n_i}^2}\right)$; $R_H = 1{,}097x10^7\ m^{-1} \rightarrow \frac{1}{\lambda} = 1{,}097x10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) \rightarrow$

$\frac{1}{\lambda} = 1{,}097x10^7 x(0{,}25 - 0{,}0625) = 0{,}206x10^7 \rightarrow \lambda = 4{,}862x10^{-7}m = 486{,}2\ nm.$

<u>Parte II:</u> (b) (1,0) Calcule as energias dos níveis orbitais de ordem n = 5 e n = 10 no átomo de hidrogênio, segundo o modelo de Bohr.

RESP: $E_n = -\frac{k_E q_e^2}{2a_B}\left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{13{,}6}{n^2}eV \rightarrow E_5 = -\frac{13{,}6}{5^2}eV = -0{,}544\ eV \rightarrow$

$E_{10} = -\frac{13{,}6}{10^2}eV = -0{,}136\ eV.$

<u>Parte III:</u> (c) (0,5) Um fio metálico é aquecido à temperatura de 1000 K. Considere que ele emite radiação como um corpo negro. Calcule o comprimento de onda para o qual a intensidade da radiação emitida é máxima.

RESP: $\lambda_{máx}T = 0{,}002898\ m.K \rightarrow \lambda_{máx} = \frac{0{,}002898}{1000}\ m \rightarrow \lambda_{máx} = 28{,}98x10^{-7}m = 2898\ nm.$

FIM