PUC-RIO – CB-CTC

G4 – Gabarito - FIS1061 – FÍSICA MODERNA – 03-07-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:____________________________________Matrícula: __________________

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.
Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	2,5		
2ª	2,5		
3ª	2,5		
4ª	2,5		
TOTAL	10,0		

Formulário: $I = c\varepsilon_0 {E_{ef}}^2$; $E_{ef} = cB_{ef}$; $I = \frac{P}{A}$; $\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\nabla.\vec{B} = 0$; $\nabla x\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$; $\nabla x\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$; $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B}$; $v = \frac{c}{n}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$; $E = cB$; $c = 3{,}0\, x \frac{10^8 m}{s}$; $\varepsilon_0 = 8{,}9\, x\, 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$; $\mu_0 = 12{,}56\, x\, 10^{-7} \frac{N}{A^2}$; $I = I_0.(\cos\theta)^2$; $sen(\alpha \pm \beta) = sen\alpha.cos\beta \pm cos\alpha.sen\beta$; $cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha.cos\beta \mp sen\alpha.sen\beta$; $d.sen\theta = m\lambda$; $d.sen\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$; $m = 0,1,2,3,4, \ldots$; $2nLcos\theta = m\lambda$; $2nLcos\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$; $m = 0,1,2,.$ ou $sen\theta = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$; $\theta = \frac{D}{L}$; $tg\theta_B = n_t/n_i$ $I = I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2$; $\alpha = \frac{\pi.a.sen\theta}{\lambda}$; *Mínimos:* $\alpha = n\pi$; *n = 1, 2,...ou* $a.sen\theta = n.\lambda$; *Máximos:* $\alpha \cong (n + \frac{1}{2})\pi$; *n = 1, 2, ..* $a.sen\theta \cong (n + \frac{1}{2}).\lambda$; $I = I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.(cos\,\beta)^2$; $\beta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; *Máximos de* $(cos\,\beta)^2$: $\beta = m\pi$; *m = 1, 2, ..ou* $d.sen\theta = m.\lambda$; *Mínimos de* $(cos\,\beta)^2$: $\beta = (m + \frac{1}{2})\pi$; *m = 1, 2,..ou* $d.sen\theta \cong (m + \frac{1}{2}).\lambda$; $d = \frac{\Delta x}{\boldsymbol{N}}$; $\delta = \frac{\pi.d.sen\theta}{\lambda}$; $I = I_0.\left(\frac{sen\alpha}{\alpha}\right)^2.\left(\frac{sen\,N\delta}{sen\,\delta}\right)^2$; *Máximos Principais:* $\delta = m\pi$; *m = 1, 2,...ou* $d.sen\theta = m\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$; $D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d.\cos\theta} = \frac{tg\theta}{\lambda}$; $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = m.N$; $\Delta t = \gamma\Delta t_0$; $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2$; $u = \frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}.u'}$; $u' = \frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}.u'}$; $q_e = 1{,}6\, x\, 10^{-19}C$; $hc = 1240\, eV.nm$; $\theta_t + \theta_B = 90°$. *Direta:* $x' = \gamma(x - v.t)$; $t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}.x)$; $y' = y$; $z' = z$; $m_e = 9{,}1\, x\, 10^{-31}Kg$; $h = 6{,}63\, x\, 10^{-34}J.s = 4{,}144x10^{-15}eV.s$; $1eV = 1{,}6x10^{-19}\,J$; $f_{rec} = f_{emit}\sqrt{\frac{1\pm\beta}{1\mp\beta}}$; $v = \frac{|\Delta\lambda|}{\lambda_0}c$; $f_{rec} = f_{emit}(1 - \beta + \frac{1}{2}\beta^2)$; $\vec{p} = \gamma m\vec{u}$; $E_0 = mc^2$; $E = \gamma mc^2$; $K = E - mc^2$; $tg\theta_B = \frac{n_t}{n_i}$; $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$; $\vec{p} = \frac{E}{c^2}\vec{u}$; $\frac{u}{c} = \frac{pc}{E}$; $m_ec^2 = 0{,}511\, MeV$; $\lambda_{máx}T = 0{,}002898\, m.K$; $E_{fóton} = h.f$; $c = \lambda.f$; $q_e.V_F = h.f - \Phi$; $K_{máx} = q_e.V_F$; $h.f_C = \Phi$; $p_{fóton} = \frac{h}{\lambda}$; $\Delta\lambda = \frac{h}{m_ec}(1 - cos\theta)$; $\lambda_{Ce} = \frac{h}{m_ec} = 2{,}43\, pm$; $r_n = n^2.a_B$; $a_B = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k_E q_e^2} = 0{,}529$ Å; $E_n = -\frac{k_E q_e^2}{2a_B}\left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{13{,}6}{n^2}eV$ para n*=1, 2, 3, ...*; $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = Z^2 R_H\left(\frac{1}{{n_f}^2} - \frac{1}{{n_i}^2}\right)$; $R_H = \frac{k_E q_e^2}{2m_e hc} = 1{,}097x10^7\, m^{-1}$. FIM.

PUC-RIO – CB-CTC

G4 – Gabarito - FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 03-07-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:__________________________________Matrícula: _________________

1ª QUESTÃO (2,5):

Parte I: Uma onda eletromagnética tem frequência de 200 MHz e se propaga no vácuo, tendo seu campo magnético de indução dado por $\vec{B} = 2{,}0x10^{-8}T.\cos(kz - \omega t)\vec{\imath}$.

(a) (1,0) Determine o número de onda (k), a frequência angular ω e o vetor $\vec{E}$ dessa onda. Justifique sua resposta.

RESP: $\omega = 2\pi f = 12{,}56x10^8 rad/s \rightarrow k = \frac{\omega}{c} = \frac{12{,}56x10^8}{3x10^8} = 4{,}187\ m^{-1}$.

$$\nabla x\vec{B} = \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \rightarrow \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ B_x(z,t) & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial E_x}{\partial t}\vec{\imath} + \frac{\partial E_y}{\partial t}\vec{\jmath} + \frac{\partial E_z}{\partial t}\vec{k}\right) \rightarrow$$

$$\vec{\jmath}\left(\frac{\partial B_x}{\partial z}\right) = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial E_y}{\partial t}\vec{\jmath}\right) \rightarrow (-2{,}0x10^{-8}.sen(kz - \omega t).k = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial E_y}{\partial t}\right) \rightarrow$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = c^2 k.(-2{,}0x10^{-8})\,sen(kz - \omega t) \rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial t} = c(-\omega)(2x10^{-8})\,sen(kz - \omega t) \rightarrow$$

$E_y(z,t) = c(-2x10^{-8})\cos(kz - \omega t) + constante.$ *Contudo essa constante não contribui para a propagação, podendo ser tomada como nula. Nesse caso* $\vec{E}(z,t) = (-6{,}0\ V/m)\cos(kz - \omega t)\vec{\jmath}$, *onde* $\omega = 12{,}56x10^8 rad/s$ *e* $k = 4{,}187\ \frac{1}{m}$.

(b) (0,8) Encontre o vetor de Poynting ($\vec{S}$) e a intensidade dessa onda.

RESP: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B} = \frac{1}{\mu_0}E_y(z,t)\vec{\jmath}\ X\ B_x(z,t)\vec{\imath} \rightarrow \vec{S} = -\frac{12x10^{-8}}{12{,}56x10^{-7}}cos^2(kz - \omega t)\,(-\vec{k})$

$\vec{S} = (95{,}5x10^{-3}\frac{W}{m^2})[\cos(kz - \omega t)]^2\vec{k}$, *onde* $\omega = 12{,}56x10^8 rad/s$ *e* $k = 4{,}187\ \frac{1}{m}$.

Parte II: O ângulo de polarização da luz incidente do ar sobre a superfície plana de um objeto transparente é 65°.

(c) (0,7) Calcule o ângulo de refração da luz (θ_t) no interior desse objeto e o índice de refração (n_t) desse objeto.

RESP: $\theta_t + \theta_i = 90°$, *tal que* $\theta_B \equiv \theta_i$. *Portanto* $\theta_t + 65° = 90° \rightarrow \theta_t = 25°$. *Por outro lado* $tg\theta_B = \frac{n_t}{n_i} \rightarrow tg65° = \frac{n_t}{1} \rightarrow n_t = 2{,}145$.

2ª QUESTÃO (2,5)

Parte I: Um observador vê uma pilha cônica de grãos, supostos esféricos e com diâmetro de 50 μm. Considere a luz refletida pelos grãos tendo um comprimento de onda médio de 650 nm. Admita que a pupila do observador tem 1,5 mm de diâmetro.

(a) (1,2) Encontre a distância máxima que o observador deve estar da pilha para ver os grãos como objetos separados. Use o critério de Rayleigh.

RESP: *Para distinguir dois grãos completamente, devemos ver claramente dois diâmetros dos grãos:* $\Delta x = D = 2x50x10^{-6} = 10^{-4}m$ $\rightarrow$ *Pelo critério de Rayleigh* $\theta_R = \frac{1{,}22.\lambda}{d}$ *e a relação* $\theta = \frac{D}{L} \rightarrow \frac{D}{L} = \frac{1{,}22.\lambda}{d} \rightarrow L = \frac{d.D}{1{,}22.\lambda} = \frac{1{,}5x10^{-3}x10^{-4}}{1{,}22x6{,}5x10^{-7}} \rightarrow L = 0{,}19\ m.$

Parte II: Em uma rede de difração existem 4000 ranhuras em 12,0 mm de comprimento. Faz-se incidir luz com λ = 550 nm perpendicularmente à superfície da rede.
(b) (1,3) Determine o maior valor do ângulo (θ) para o qual são observados máximos de intensidade em uma tela distante.

RESP: $d = \frac{\Delta x}{N} = \frac{12x10^{-3}}{4x10^{3}} = 3x10^{-6}m$. *Em* $d.sen\theta = m\lambda \rightarrow sen\theta = m\frac{\lambda}{d}$ *vem*

$sen\theta = m\frac{5{,}89x10^{-7}}{4x10^{-6}} = 0{,}1375m$. *Para que* $sen\theta \leq 1$ *o maior valor de m é 7. Usando*

$m = 7$ *temos* $sen\theta_{máx} = 0{,}1375x7 = 0{,}9625 \rightarrow \theta_{máx} \cong 1{,}296\ rad = 74{,}3°$.

3ª QUESTÃO (2,5)

Parte I: O comprimento de uma nave espacial em movimento visto por observadores externos em um referencial inercial é 80% do seu comprimento de repouso.
(a) (0,6) Obtenha a velocidade da nave em função de c (velocidade da luz) com três algarismos significativos. Faça o mesmo para o fator de Lorentz (γ) que relaciona esses comprimentos.

RESP: $L = \frac{L_0}{\gamma}$; $L = 0{,}8\ L_0 \rightarrow 0{,}8\ L_0 = \frac{L_0}{\gamma} \rightarrow \gamma = 1{,}25.$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow 1 - \beta^2 = \frac{1}{\gamma^2} = 0{,}8944 \rightarrow \beta^2 = 0{,}105573 \rightarrow \beta = 0{,}3249 \rightarrow u = 0{,}3249c.$

Parte II: Um próton é acelerado do repouso até uma energia cinética de 200,0 MeV. Sabendo que a energia de repouso do próton é 938,3 MeV, determine os valores:
(b) (0,6) da energia total (E) em MeV, do momento linear (p) em MeV/c e de $\beta = \frac{u}{c}$, com quatro algarismos significativos. Obs: Faça as aproximações somente ao final dos cálculos.

RESP: $E = K + mc^2 = 200{,}0 + 938{,}3 \rightarrow E = 1138{,}3\ MeV.$

$(pc)^2 = E^2 - (mc^2)^2 = (1138{,}3)^2 - (938{,}3)^2 = 415320 \rightarrow p = 644{,}45\ MeV/c.$

$\frac{u}{c} = \frac{pc}{E} = \frac{644{,}45}{1138{,}3} \rightarrow \beta = \frac{u}{c} = 0{,}5662.$

Parte III: Um feixe luminoso incide sobre uma placa de sódio produzindo emissão fotoelétrica. O potencial de corte dos elétrons é 0,40 V e a função trabalho do sódio é 2,2 eV. (c) (0,6) Encontre a energia cinética máxima ($K_{máx}$) dos elétrons ejetados em eV e a frequência (f) da radiação incidente.

RESP: $K_{máx} = q_e.V_F = 0{,}40\ eV \rightarrow E_f = K_{máx} + \Phi$

$E_f = (0{,}40 + 2{,}2)\ eV = 2{,}60\ eV \rightarrow E_f = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240\ eV.nm}{2{,}6\ eV} \rightarrow \lambda = 476{,}9\ nm.$

Parte IV:(d) (0,7) Obtenha o maior valor possível para o deslocamento do comprimento de onda em uma colisão entre um fóton e um elétron livre no Efeito Compton.

RESP: $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - cos\theta)$. *O valor máximo de* $\Delta\lambda$ *ocorre para* $cos\theta = -1$, *ou seja* $\theta = 180°$. *Nesse caso* $\Delta\lambda = 2{,}43\ pm(1 + 1) = 4{,}86\ pm \rightarrow \Delta\lambda = 4{,}86\ pm = 4{,}86x10^{-12}m.$

4ª QUESTÃO (2,5)

Parte I (a) (1,0) Calcule o comprimento de onda da radiação emitida por transição eletrônica entre os estados quânticos de ordem n = 3 e n = 2 no átomo de Hélio (Z=2), segundo o modelo de Bohr.

RESP: $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = Z^2 R_H \left(\frac{1}{{n_f}^2} - \frac{1}{{n_i}^2}\right)$; $R_H = 1{,}097x10^7\ m^{-1}$ → $\frac{1}{\lambda} = 4x1{,}097x10^7 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$

$\frac{1}{\lambda} = 4x1{,}097x10^7 x(0{,}25 - 0{,}0625) = 4{,}388x10^7 x0{,}1875$ → $\lambda = 0{,}82275x10^{-7}m$.

Parte II: (b) (1,0) Calcule as energias dos níveis orbitais de ordem n = 3 e n = 6 no átomo de hidrogênio, segundo o modelo de Bohr.

RESP: $E_n = -\frac{k_E q_e^2}{2a_B}\left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{13{,}6}{n^2} eV$ → $E_5 = -\frac{13{,}6}{3^2} eV = -1{,}511\ eV$ →

$E_{10} = -\frac{13{,}6}{6^2} eV = -0{,}3778\ eV.$

Parte III: (c) (0,5) Um fio metálico é aquecido à temperatura de 800 K. Considere que ele emite radiação como um corpo negro. Calcule o comprimento de onda para o qual a intensidade da radiação emitida é máxima.

RESP: $\lambda_{máx} T = 0{,}002898\ m.K$ →$\lambda_{máx} = \frac{0{,}002898}{800}\ m$ → $\lambda_{máx} = 36{,}23x10^{-7}m = 3623\ nm.$

FIM