PUC-RIO – CB-CTC

G1 – Gabarito - FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 19-04-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível:____

Assinatura:________________________________Matrícula: ________________

AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	2,6		
2ª	2,4		
3ª	2,0		
4ª	3,0		
TOTAL	10,0		

Formulário e constantes físicas:

$I = \frac{P}{A}$; $A = 4\pi r^2$; $A = \pi r^2$; $A = 2\pi rL$; $I = c\varepsilon_0 {E_{ef}}^2$; $E_{ef} = cB_{ef}$;

$\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$; $\nabla.\vec{B} = 0$; $\nabla x\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$; $\nabla x\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$; $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B}$.

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$; $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$; $E = cB$; $\vec{E} = c\vec{B}\, x\, \vec{n}$; $c = 3,0\, x\, 10^8 m/s$;

$\varepsilon_0 = 8,9\, x\, 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$; $\mu_0 = 12,56\, x\, 10^{-7} \frac{N}{A^2}$; $c^2 = \frac{1}{\mu_0\ \varepsilon_0}$; $I = I_0 . (\cos\theta)^2$;

$sen(\alpha \pm \beta) = sen\alpha . cos\beta \pm cos\alpha . sen\beta$; $cos(\alpha \pm \beta) = cos\alpha . cos\beta \mp sen\alpha . sen\beta$;

$v = \frac{c}{n}$; $d. sen\theta = m\lambda$; $d. sen\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L}$; $m = 0,1,2,3,4, \ldots$

$I = 4I_0 . \cos^2(\frac{\varphi}{2})$, onde $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi d sen\theta}{\lambda}$.

$2nLcos\theta = m\lambda$; $2nLcos\theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$; $m = 0,1,2,3,4, \ldots$

FIM

1ª QUESTÃO (2,6):

I – (1,0) Um feixe laser cilíndrico possui intensidade $I = 1{,}50x10^3\,\frac{W}{m^2}$.
Determine:

(a) (0,5) O valor eficaz (rms) do campo elétrico E_{ef}.

RESP: $I = c\varepsilon_0 {E_{ef}}^2 \rightarrow {E_{ef}}^2 = \frac{I}{c\varepsilon_0} = \frac{1{,}50x10^3}{3{,}0\;x\;10^8 x 8{,}9\;x\;10^{-12}} \rightarrow E_{ef} = 750\,\frac{V}{m}$.

(b) (0,5) O valor eficaz (rms) do campo de indução magnética B_{ef}.

RESP: $E_{ef} = cB_{ef} \rightarrow B_{ef} = \frac{E_{ef}}{c} = \frac{750}{3{,}0\;x\;10^8} \rightarrow B_{ef} = 2{,}50\;x\;10^{-6}\,T$.

II – (1,6) Coloque F de falso ou V de verdadeiro nas afirmações abaixo e justifique ambas as opções. Cada item abaixo vale 0,4 ptos.

a-( ) O divergente do campo elétrico é nulo em um ponto do espaço vazio fora de uma distribuição estática de cargas positivas em um isolante.

RESP: (V) Temos $\nabla.\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$. *Como* $\rho = 0$ *em um ponto no espaço vazio fora da distribuição de cargas, temos* $\nabla.\vec{E} = 0$.

b-( ) O rotacional de um campo de indução magnética $\vec{B}$ é diferente de zero no espaço vazio entre as duas placas de um capacitor que está sendo carregado por uma bateria.

RESP: (V) *Temos* $\nabla x\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0\,.\,\varepsilon_0.\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$. *Como* $\vec{J} = \vec{0}$ *e* $\vec{J}_D = \varepsilon_0.\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \neq \vec{0}$ *no espaço vazio entre as placas, então* $\nabla x\vec{B} \neq \vec{0}$.

c-( ) Haverá onda refletida se uma onda luminosa incide do ar sobre uma placa de vidro ($n_{vi} > n_{ar}$), linearmente polarizada paralelamente ao plano de incidência, com ângulo de incidência igual ao ângulo de Brewster.

RESP: (F) – *A incidência da onda eletromagnética no ângulo de Brewster produz a anulação do componente (do vetor do campo elétrico) paralelo ao plano de incidência. Se a onda incidente somente possui esse componente ele será anulado nessa reflexão. Portanto se não houver componente perpendicular nem componente paralelo do campo elétrico da onda refletida, a própria onda eletromagnética refletida não existirá.*

d-( ) Se colocarmos o dispositivo de Young (originalmente no ar) imerso em água, as franjas brilhantes se tornarão mais próximas.

RESP: (V) – *Se* $sen\theta \cong tg\theta$; $d.sen\theta = m\lambda$; $tg\theta = \frac{y}{L} \rightarrow y = \frac{m\lambda L}{d}$. *Para o ar temos:* $y_{ar} = \frac{mL\lambda_{ar}}{d} \cong \frac{mL\lambda_{vácuo}}{d}$. *Para a água temos* $y_{água} = \frac{mL\lambda_{água}}{d} \cong \frac{mL\lambda_{vácuo}}{d.n_{água}}$, *onde* $n_{água} > 1$. *Isso leva a* $y_{água} < y_{ar}$, *ou seja as franjas brilhantes ficarão mais próximas.*

2ª QUESTÃO (2,4):

Uma onda eletromagnética plana se propaga no vácuo com velocidade c = 3,00 x 10^8 m/s no eixo x. O campo de indução magnética $\vec{B}$ oscila no eixo OZ com $B_m = 1{,}00x10^{-7}T$, $k = 628\ m^{-1}$ e $\omega = 1{,}88\ x\ 10^{11} rad/s$. Esse campo é representado pela expressão $\overrightarrow{B_z}\ (x,t) = 1{,}00x10^{-7}T.sen(628.x - \ 1{,}88\ x\ 10^{11}.t)\ \hat{k}$.

(a) (2,0) Determine a expressão do vetor campo elétrico $\overrightarrow{E_y}\ (x,t)$ a partir da equação de Maxwell $\nabla x\vec{B} = \mu_0\vec{J} + \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

RESP: Aplica-se o operador Rotacional ao campo $\vec{B}$ acima e coloca-se na equação de Maxwell $\nabla x\vec{B} = \mu_0 . \varepsilon_0 . \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, pois no vácuo $\vec{J} = \vec{0}$. Temos

$$\nabla x\vec{B} = \begin{bmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & B_z \end{bmatrix} = \hat{\imath}\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - 0\right) + \hat{\jmath}\left(0 - \frac{\partial B_z}{\partial x}\right) + \hat{k}(0-0) \rightarrow \quad -\hat{\jmath}\frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 . \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \rightarrow$$

$-\hat{\jmath}B_m.k.cos(kx - \omega t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. Fazendo-se a integração no tempo dessa equação, obtém-se $\vec{E} = -\hat{\jmath}B_m.c^2.\frac{k}{(-\omega)}.sen(kx - \omega t) + constante$. Esse termo constante não produz propagação e será considerado nulo. Como $c.k = \omega$ e $c.B_m = E_m$ temos $\vec{E} = \hat{\jmath}E_m.sen(kx - \omega t)$. Isto fornece

$\vec{E}_y(x,t) = \hat{\jmath}E_y(x,t) = (30{,}0\ \frac{V}{m}).sen(628x - 1{,}88\ x\ 10^{11}t)\ \hat{\jmath}$.

(b) (0,4) Encontre o vetor de Poynting $\vec{S}$(x,t).

RESP: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}x\vec{B} \quad \rightarrow$

$$\vec{S} = \frac{1}{12{,}56\ x\ 10^{-7}} x30.sen(628.x - 1{,}88\ x\ 10^{11}.t)\boldsymbol{\hat{\jmath}}\ \boldsymbol{x}\ 1{,}00x10^{-7}.sen(628.x - \ 1{,}88\ x\ 10^{11}.t)\ \boldsymbol{\hat{k}}$$

$\vec{S}(x,t) = 2{,}39.sen^2(628.x - 1{,}88\ x\ 10^{11}.t)\boldsymbol{\hat{\imath}}\ \frac{W}{m^2}$.

3ª QUESTÃO (2,0):

(I) (1,5) Obtenha a polarização da onda eletromagnética representada abaixo, demonstrando-a através da técnica aprendida:

$E_z\ (x,t) = E_{zm}\ sen(kx - \omega t)$; $E_y\ (x,t) = E_{ym}\ cos\left(kx - \omega t\ + \frac{\pi}{6}\right)$, onde $E_{zm} \neq E_{ym}$.

RESP: $E_z\ (x,t)\ =\ E_{zm}\ sen(kx - \omega t)$; $\quad E_y\ (x,t) = E_{ym}\ cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{6})$;

Considere o ponto de observação x = 0. Demonstra-se que a polarização é elíptica mostrando que esses componentes do campo elétrico descrevem a equação de uma elipse. Tomemos as formas abaixo dessas funções

$$\frac{E_z\ (x,t)}{E_{zm}} = \ sen(-\omega t) \rightarrow \{\frac{E_z\ (x,t)}{E_{zm}}\}^2 = \ sen^2(-\omega t)$$

$$\frac{E_y\ (x,t)}{E_{ym}} = \ cos\left(-\omega t + \frac{\pi}{6}\right) = cos(-\omega t).\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - sen(-\omega t) . sen\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad \rightarrow$$

$\frac{E_y\ (x,t)}{E_{ym}} = -\frac{1}{2}\frac{E_z\ (x,t)}{E_{zm}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1 - \{\frac{E_z\ (x,t)}{E_{zm}}\}^2}$. *Escrevendo essa expressão na forma*

$\frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}} + \frac{1}{2}\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{1 - \{\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\}^2}$ *e elevando ao quadrado, vem*

$\{\frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}\}^2 + \{\frac{1}{2}\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\}^2 + \frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}.1.\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}} = \frac{3}{4}[1 - \left\{\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\right\}^2] \rightarrow$

$\{\frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}\}^2 + \frac{3}{4}\{\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\}^2 + \frac{1}{4}\left\{\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\right\}^2 + \frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}.\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}} = \frac{3}{4} \rightarrow$

$\{\frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}\}^2 + \{\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}}\}^2 + \frac{E_y\,(x,t)}{E_{ym}}.\frac{E_z\,(x,t)}{E_{zm}} = \frac{3}{4}$. *Esta é a equação de uma elipse cujos eixos maior e menor não coincidem com os eixos y e z.*

$E_z\,(x,t) = E_{zm}\,sen(kx - \omega t);$

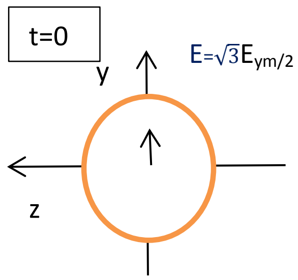
$E_y\,(x,t) = E_{ym}\,cos\left(kx - \omega t\, + \frac{\pi}{6}\right)$

Vejamos qual é o sentido de giro desses componentes. Calcule os valores de $E_z\,(x,t)$ e $E_y\,(x,t)$ no ponto de observação x = 0 para os instantes t = 0 s e t = T/4 s:

<u>*Para t = 0 s*</u>*:*

$E_z\,(0{,}0) = E_{zm}\,\text{sen}(0) = 0.$

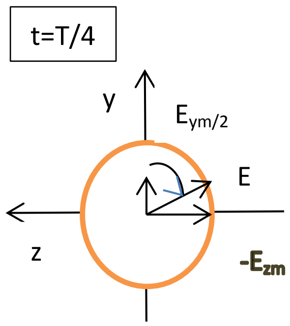
$E_y\,(0{,}0) = E_{ym}\,cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}E_{ym}}{2}. \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$



<u>*Para t = T/4*</u>*:* $E_z\,(0,T/4) = E_{zm}\,\text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -E_{zm};$

$E_y\,(0,T/4) = E_{ym}\,cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = +E_{ym}.\frac{1}{2} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$

Isso mostra que o giro de $\vec{E}$ é HORÁRIO. Portanto a POLARIZAÇÃO É ELÍPTICA À DIREITA!



(II) (0,5) Obtenha o ângulo entre os eixos característicos de dois polaróides sucessivos para que a luz que saia do segundo possua 1/4 da intensidade da onda que sai do primeiro polaróide.

RESP: $I_2 = I_1.\cos^2\theta \rightarrow \frac{I_1}{4} = I_1.\cos^2\theta \rightarrow cos\,\theta = +\frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60°$ *em primeira determinação.*

4ª QUESTÃO (3,0):

(I) (1,0) Em um dispositivo de interferência tipo Young a distância entre duas fendas é 1,50 mm. Ilumina-se o dispositivo com duas ondas luminosas de comprimentos de onda λ_1 = 480 nm e λ_2 = 650 nm. A tela de observação está situada a 6,00 m do anteparo das fendas.

(a) (1,0) Calcule a distância na tela de observação entre os máximos laterais de ordem m = 2 para λ_1 = 480 nm e o de ordem m = 3 para λ_1 = 650 nm.

RESP: *Condição de máximos:* $d.sen\theta = m\lambda;\ tg\theta = \frac{y}{L};\ m = 0,1,2, \ldots$ *Como*
$d = 1,5x10^{-3}m \ll L = 6,00\ m\ \rightarrow\ sen\theta \cong tg\theta$. *Portanto* $\frac{m\lambda}{d} = \frac{y}{L} \rightarrow y = \frac{m\lambda L}{d} \rightarrow$
$y_2 = \frac{2\lambda_1\ L}{d} = \frac{2x4,8x10^{-7}\ x6}{1,5x10^{-3}} = 3,84x10^{-3}m.$

$y_3 = \frac{3\lambda_2\ L}{d} = \frac{3x6,5x10^{-7}\ x6}{1,5x10^{-3}} = 7,80x10^{-3}m \rightarrow y_3 - y_2 = (7,80 - 3,84)x10^{-3} \rightarrow$

$y_3 - y_2 = 3,96x10^{-3}m.$

(b) (1,0) Calcule a intensidade da onda luminosa com λ_1 = 480 nm em um ponto da tela de observação que dista 3,00 mm do máximo central. Considere a intensidade dessa onda em uma fenda dada por $I_0 = 4,00x10^{-6}\frac{W}{m^2}$.
RESP: $I = 4I_0.\cos^2(\frac{\varphi}{2})$, *onde* $\frac{\varphi}{2} = \frac{\pi dsen\theta}{\lambda}$ e $tg\theta = \frac{y}{L}$. *Temos* $y = L.tg\theta \cong L.sen\theta$
$\rightarrow sen\theta = \frac{3x10^{-3}}{6} = 0,5x10^{-3} \rightarrow \frac{\varphi}{2} = \frac{\pi x1,5x10^{-3}x0,5x10^{-3}}{4,8x10^{-7}} = 1,5625\pi = 4,90625\ rad$
$\rightarrow \cos^2(\frac{\varphi}{2}) = 0,03711 \rightarrow I = 4I_0.\cos^2(\frac{\varphi}{2}) = 4x4x10^{-6}x0,03711 \rightarrow$
$I = 0,594x10^{-6}\frac{W}{m^2}.$

(II) (1,0) Observa-se o fenômeno da interferência em uma lâmina delgada de espessura L e índice de refração 2,0 ao ser iluminada com luz branca em incidência quase perpendicular à superfície. A lâmina está imersa em água cujo índice de refração é menor que o da lâmina. Determine a menor espessura da lâmina para que a luz de comprimento de onda 560 nm (referido ao vácuo) tenha uma reflexão intensa (máximo).
RESP: *Nesse caso há uma diferença de fase entre essas ondas, que resulta em um acréscimo de λ/2 na expressão da Diferença de Percurso Óptico (ΔPO) entre elas. A condição de máximo de interferência torna-se*
$\Delta PO = (m + \frac{1}{2})\lambda$ *para m = 0,1 ,2 , 3... Como* $\Delta PO = 2.n_t.L.cos\ \theta_t$, *temos*
$2.n_t.L.cos\ \theta_t = (m + \frac{1}{2})\lambda$. *Como* $\theta_i \cong 0$, *pelas Leis de Snell-Descartes* $\theta_r \cong 0° \rightarrow$
$\theta_t \cong 0°$ *e* $cos\ \theta_t = 1$. *Portanto* $L = \frac{(m+\frac{1}{2})\lambda}{2.n_t}$.
O menor L ocorre com o menor m (m = 0) $\rightarrow L = \frac{\lambda}{4.n_t} = \frac{560\ nm}{4x2,0} \rightarrow L = 70\ nm.$

FIM