

PUC-RIO – CB-CTC

G3 – Gabarito - FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 29-11-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

**AS RESPOSTAS PRECISAM SER JUSTIFICADAS A PARTIR DE LEIS FÍSICAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.**

**Não é permitido destacar folhas da prova. A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta.**

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	3,0		
2ª	2,5		
3ª	2,7		
4ª	1,8		
TOTAL	10,0		

Formulário:  $c = 2,99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$ ;  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$   $= 4,14 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$ ;

$hc = 1240 \text{ eV.nm}$ ;  $q_e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ Kg}$ ;  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ;

$m_p = 1,672 \times 10^{-27} \text{ kg} = 0,93827 \text{ GeV}/c^2$ ;  $k_E = 9,0 \times 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$ ;  $E_{\text{fóton}} = h.f$ ;  $c = \lambda.f$ ;

$\Delta t = \gamma \Delta t_0$ ;  $L = \frac{L_0}{\gamma}$ ;  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ;  $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2$ ;  $u = \frac{u'+v}{1+\frac{v}{c^2}u'}$ ;  $u' = \frac{u-v}{1-\frac{v}{c^2}u}$ .

Direta:  $x' = \gamma(x - v.t)$ ;  $t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}.x\right)$ ; Inversa:  $x = \gamma(x' + v.t')$ ;  $t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}.x'\right)$ ;

$\vec{p} = \gamma m \vec{u}$ ;  $E_0 = mc^2$ ;  $E = \gamma mc^2$ ;  $E = K + mc^2$ ;  $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ ;  $\vec{p} = \frac{E}{c^2} \vec{u}$ ;  $\frac{u}{c} = \frac{pc}{E}$ ;

$m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$ ;  $m_p c^2 = 0,93828 \text{ GeV}$ ;  $m_n c^2 = 0,93957 \text{ GeV}$ ;  $W = K_f - K_i$ ;

$p_{\text{fóton}} = \frac{h}{\lambda}$ ;  $\Delta \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$ ;  $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 0,00243 \text{ nm} = 0,0243 \text{ \AA} = 2,43 \text{ pm}$ ;

$\lambda_{\text{máx}} T = 0,002898 \text{ m.K}$ ;  $I(T) = \sigma T^4$ ;

$r_n = n^2 . a_B$ ;  $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$ ;  $a_B = \frac{h^2}{m_e k_E q_e^2} = 0,529 \text{ \AA}$ ;  $R_H = \frac{m_e k_E^2 q_e^4}{4\pi c h^3} = 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ;

$E_n = -\frac{m_e k_E^2 q_e^4}{2h^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) = -\frac{13,6}{n^2} \text{ eV}$  para  $n=1, 2, 3, \dots$ ;  $\frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$ ;  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

FIM

PUC-RIO – CB-CTC

G3 – GABARITO – FIS1061 - FÍSICA MODERNA – 26-06-2013 – Turma: 33-A

Nome Legível: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

**1ª QUESTÃO (3,0):**

Parte I: (a) (1,0) Um nêutron de 0,05 GeV tem energia cinética maior, menor ou igual à energia total de um elétron de 0,05 GeV? Justifique.

RESP:  $K_n = 0,05 \text{ GeV} \rightarrow E_e = K_e + m_e c^2 = 0,05 \text{ GeV} + 0,511 \text{ MeV} \rightarrow$

$E_e = 0,05 \text{ GeV} + 0,000511 \text{ GeV} = 0,050511 \text{ GeV} \rightarrow$  *A energia total de um elétron de 0,05 GeV é maior que a energia cinética de um nêutron de 0,05 GeV.*

Parte II: O momento linear de um próton é 2,5 GeV/c .

(b) (1,0) Calcule a energia total desse próton em GeV.

RESP:  $(p_e c)^2 = E_p^2 - (m_e c^2)^2 \rightarrow (2,5 \text{ GeV})^2 = (E_p)^2 - (0,938 \text{ GeV})^2 \rightarrow$

$(E_p)^2 = (2,5 \text{ GeV})^2 + (0,938 \text{ GeV})^2 = (2,67 \text{ GeV})^2 \rightarrow E_p = 2,67 \text{ GeV}$

Parte III: A energia total de um próton é 2,0 GeV.

(c) (1,0) Calcule a energia cinética ( $K_e$ ) em GeV e a velocidade ( $u$ ) desse próton em função de  $c$ . A energia de repouso do próton é 0,938 GeV.

RESP:  $E_p = K_p + m_p c^2 \rightarrow K_p = E_p - m_p c^2 = 2,0 \text{ GeV} - 0,938 \text{ GeV} \rightarrow K_p = 1,062 \text{ GeV}$

$E_p = \gamma m_p c^2 \rightarrow \gamma = \frac{E_p}{m_p c^2} = \frac{2 \text{ GeV}}{0,938 \text{ GeV}} = 2,1321962$ . Mas  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \rightarrow \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2} \rightarrow$

$\beta^2 = 1 - 0,219961 = 0,78 \rightarrow u \cong 0,8832 c$

**2ª QUESTÃO (2,5):**

Parte I: Considere o uso da lei de Wien ( $T \lambda_{\text{máx}} = \text{constante}$ ) válido aproximadamente para a superfície do asfalto de uma estrada. Admita a temperatura da superfície 57° C.

(a) (1,0) Determine o comprimento de onda dessa radiação. Diga se está na faixa do visível (400 nm a 700 nm) .

RESP:  $\lambda_{\text{máx}} T = 0,002898 \text{ m} \cdot \text{K} \rightarrow T_K = T_C + 273 = 57 + 273 = 330 \text{ K} \rightarrow$

$\lambda_{\text{máx}} = \frac{0,002898}{T} = \frac{0,002898}{330} \rightarrow \lambda_{\text{máx}} = 87,816 \times 10^{-7} \text{ m} = 8781 \text{ nm}$ . *→ Fora da faixa visível!*

Parte II: De acordo com a hipótese de Planck para a radiação do corpo negro, a energia média  $\langle E \rangle$  de um oscilador é dada pela expressão  $\langle E \rangle = \frac{nhf}{(e^x - 1)}$ , onde  $x = \frac{nhf}{kT}$ , para

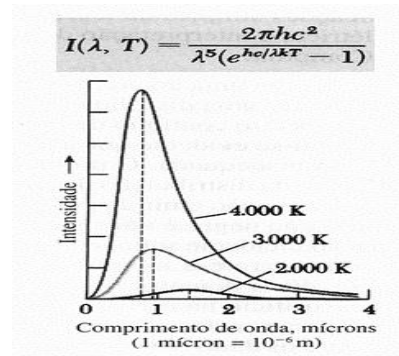
$n = 1, 2, 3, 4, \dots$

(b) (1,0) Determine o valor dessa energia média  $\langle E \rangle$  em termos de  $kT$  para um oscilador que oscile no estado fundamental ( $n = 1$ ) com uma frequência  $f = \frac{kT}{h}$ .

$$\text{RESP: } \langle E \rangle = \frac{nhf}{(e^x - 1)}, \text{ com } n = 1, \quad x = \frac{1 \cdot h \cdot (\frac{kT}{h})}{kT} = 1 \rightarrow \langle E \rangle = \frac{1 \cdot h \cdot \frac{kT}{h}}{(e^1 - 1)} = 0,582 kT$$

(c) (0,5) Observe as curvas de Planck da radiação de corpo negro na figura ao lado. Compare-as. Se a temperatura de emissão de radiação aumenta, diga o que ocorre com o comprimento de onda emitido quando a intensidade é máxima.

RESP: Do gráfico se vê que a radiação emitida possui intensidade máxima com  $\lambda = 1,5 \mu\text{m}$  para  $T = 2000 \text{ K}$ . Em outra curva temos  $\lambda \cong 0,8 \mu\text{m}$  para  $T = 4000 \text{ K}$ . Isso significa que **conforme a temperatura aumenta, o comprimento de onda diminui**, para as intensidades máximas.



**3ª QUESTÃO (2,7) Parte I:** Um feixe de raios gama com fótons de energia 0,850 MeV incide sobre um alvo, sendo espalhado em várias direções por elétrons quase livres do alvo, no Efeito Compton.

(a) (0,7) Calcule o comprimento de onda dos raios gama incidentes.

$$\text{RESP: } E = hf_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \rightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{0,850 \times 10^6 \text{ eV}} \rightarrow \lambda_0 = 1,4588 \times 10^{-3} \text{ nm} = 0,014588 \text{ \AA}$$

(b) (1,0) Determine o comprimento de onda dos raios gama espalhados a  $60^\circ$  em relação à direção do feixe incidente.

$$\text{RESP: } \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) = 0,0243 \text{ \AA} \cdot (1 - \cos 60^\circ) = 0,01215 \text{ \AA}$$

$$\text{pois } \lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 0,00243 \text{ nm} = 0,0243 \text{ \AA}. \text{ Então } \lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 0,014588 \text{ \AA} + 0,01215 \text{ \AA} \\ \rightarrow \lambda = 0,026738 \text{ \AA} = 2,6738 \times 10^{-3} \text{ nm}.$$

(c) (1,0) Obtenha a energia dos elétrons espalhados quando os fótons são espalhados a  $90^\circ$ . RESP: Conservação da Energia na colisão fóton-elétron:  $hf_0 + m_e c^2 = hf + E_e \rightarrow$

$$E_e = hf_0 - hf + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = hc \left( \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda \lambda_0} \right) + m_e c^2 = hc \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda \lambda_0} + mc^2 \rightarrow$$

$$\text{Para fótons espalhados a } 90^\circ, \text{ temos: } \Delta\lambda = \lambda_c (1 - \cos 90^\circ) = 0,0243 \text{ \AA}.$$

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = 0,014588 \text{ \AA} + 0,0243 \text{ \AA} = 0,03889 \text{ \AA} \rightarrow$$

$$E_e = 12400 \text{ eV} \cdot \text{\AA} \cdot \frac{0,0243 \text{ \AA}}{0,03889 \text{ \AA} \times 0,014588 \text{ \AA}} + 0,511 \text{ MeV} = 0,0124 \text{ MeV} \times 42,8346 + 0,511 \text{ MeV}$$

$$E_e = 0,5311493 \text{ MeV} + 0,511 \text{ MeV} \rightarrow E_e = 1,042 \text{ MeV}$$

#### 4ª QUESTÃO (1,8)

Parte I: A série de Brackett para o Hidrogênio corresponde a transições eletrônicas que terminam no estado de número quântico  $n = 4$ .

(d) (1,0) Determine o comprimento de onda do fóton de maior comprimento de onda emitido e diga se está na faixa visível. Sugestão: a transição eletrônica deve provir do número quântico mais próximo acima.

$$\text{RESP: } \frac{1}{\lambda} = \frac{E_i - E_f}{hc} = R_H \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = 1,097 \times 10^7 \times \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 1,097 \times 10^7 \times (0,0625 - 0,04)$$
$$\frac{1}{\lambda} = 0,024683 \times 10^7 \rightarrow \lambda = 40,515 \times 10^{-7} \text{ m} = 4051,5 \text{ nm.} \rightarrow \text{Não está na faixa visível.}$$

(e) (0,8) Obtenha a energia desse estado inicial ( $E_i$ ) em eV.

$$\text{RESP: } E_4 = -\frac{E_0}{n_i^2} = -\frac{13,6 \text{ eV}}{5^2} \rightarrow E = -0,544 \text{ eV.}$$

FIM