P1 de Cálculo II
MAT 1163 — 2012.2
5 de setembro de 2012

Nome: ______________________________

Assinatura: ______________________________

Matrícula: ______________________________ Turma: ____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	3.0		
2.a	1.5		
2.b	1.5		
3.a	1.5		
3.b	1.0		
3.c	1.5		
Total	10.0		

AVISO : Preencha correta e completamente todos os campos acima (nome, matrícula, assinatura e turma). Preenchimento errado ou incompleto destes campos será penalizado com 1 ponto por campo. Provas sem nome terão nota ZERO.

Instruções

- **A duração da prova é de uma 1 hora e 50 minutos.**
- **Leia atentamente o enunciado de cada questão.**
- **Não é permitido usar calculadora. Respostas finais com caneta.**
- **Não serão aceitas respostas sem justificativa.**
- **Não destaque as folhas da prova.**
- **Escreva as respostas e/ou desenvolvimentos de cada questão de forma *ordenada* e *legível* no espaço designado "Solução". Soluções fora do lugar NÃO serão corrigidas.**

Questão 1

Considere a função $h(x, y) = f(ax^2 + by)$, onde f é uma função real de uma variável, diferenciável em todo $\mathbb{R}$, sendo a, b constantes. Verifique que para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$:

$$b\frac{\partial h}{\partial x}(x, y) - 2ax\,\frac{\partial h}{\partial y}(x, y) = 0.$$

(sugestão: use a regra da cadeia).

Solução:

Questão 2

Uma partícula se move de acordo com a lei $\mathbf{r}(t) = (2t, t^2 - 1, t^2 + 1)$, para $t \in \mathbb{R}$.

(a) Determine, caso existam, as posições e velocidades da partícula nos instantes em que ela atravessa o plano xOz.

(b) Determine, caso existam, as posições nos instantes em que o vetor velocidade é paralelo aos eixos Ox, Oy e Oz, respectivamente.

Solução:

Questão 3

Considere a integral

$$\iint\limits_R (x+y)\, e^{x^2-y^2}\, dx\, dy,$$

onde R é o paralelogramo delimitado pelas retas $x-y=0$, $x-y=2$, $x+y=0$ e $x+y=3$.

(a) Escolha uma mudança de variáveis $(x,y)=T(u,v)$ apropriada (note que $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$). Calcule a derivada $DT(u,v)$.

(b) Esboce cuidadosamente a regiões de integração R^*, onde $R=T(R^*)$.

(c) Calcule a integral usando a fórmula de mudança de variáveis.

Solução:

Solução: