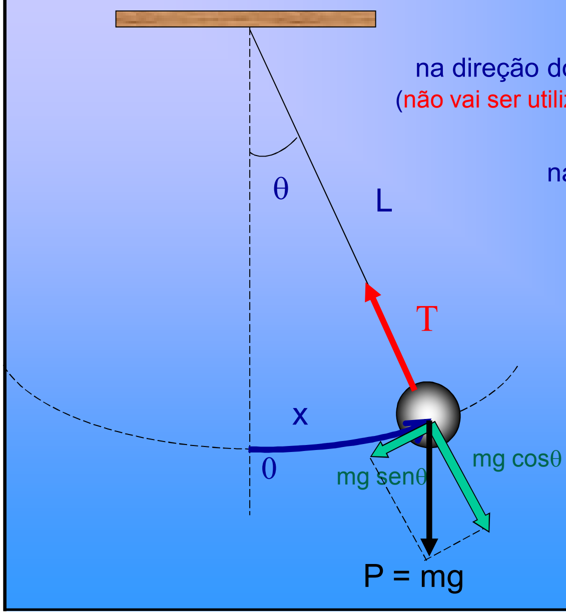
15.6 PÊNDULOS

Pêndulo de Foucault

Prof. Carlos Vieira,
com modificações

Pêndulo Simples



2ª Lei de Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

na direção do fio
(não vai ser utilizada)

$T - mg\cos\theta = ma_r \quad (=mv^2/L)$

na direção perpendicular ao fio

$m\, d^2x/dt^2 = -\, mg\,\text{sen}\theta$

- comprimento do arco $x = L\theta$

$mL\, d^2\theta/dt^2 = -\, mg\,\text{sen}\theta$

Equação do pêndulo

$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\,\text{sen}\theta}$$

Equação do pêndulo

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} sen\theta$$

Equação do oscilador harmônico

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Na aproximação de pequenas oscilações, quando sen$\theta \approx \theta$ a equação se escreve

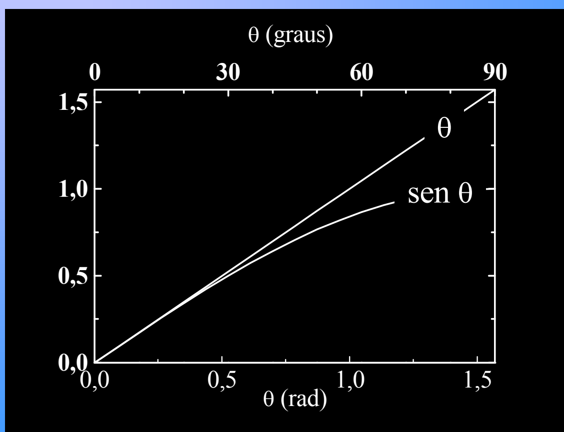
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Período do pêndulo

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Comparação entre θ (em radiano) e senθ .
Observar que se pode considerar sen $\theta \approx \theta$ quando θ for pequeno, isto é, θ até ≈20º ou $\theta \approx$ 0,34 rad.



O pêndulo, em pequenas oscilações, é um oscilador harmônico cujo período T depende de g (aceleração da gravidade) e do comprimento L do pêndulo.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

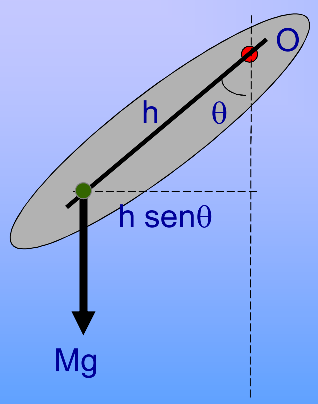
As expressões do movimento são:

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \phi)$$ Posição angular

$$\frac{d\theta}{dt} = -\omega\theta_0 \,\mathrm{sen}(\omega t + \phi)$$ Velocidade angular

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta_0 \cos(\omega t + \phi)$$ Aceleração angular

PÊNDULO FÍSICO



I - o momento de inércia em relação a O.

h – a distância entre o ponto de suspensão e o centro de massa do corpo.

Torque do peso em relação ao ponto O

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mgh\,\mathrm{sen}\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{Mgh}{I}\,\mathrm{sen}\theta$$

No caso de pequenas oscilações, isto é, θ pequeno, sen θ ≈ θ.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\,\theta \qquad \text{onde} \qquad \omega = \sqrt{\frac{Mgh}{I}}$$

15.7 Movimento Harmônico Simples e Movimento Circular Uniforme

MHS

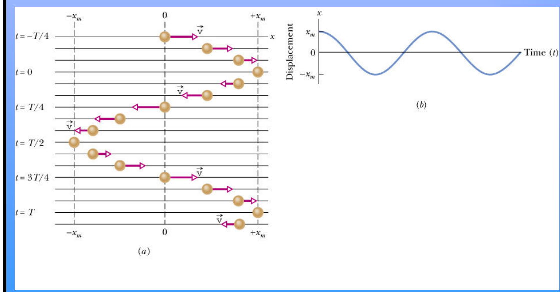
$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

Amplitude

Constante de fase

Deslocamento

Frequência angular



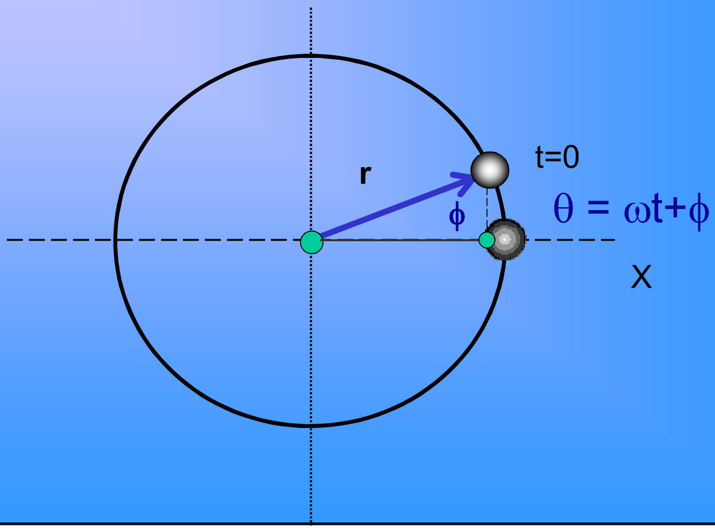
Vamos ver que

o movimento oscilatório harmônico simples (MHS) é a projeção de um movimento circular uniforme (MCU) em um eixo.

ESTUDO DO MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

• Quando a esfera passa pela posição definida pelo ângulo de fase ϕ, inicia-se a medida do tempo.

• À medida que o tempo evolui o ângulo de fase θ aumenta com uma taxa ω.



No MCU o corpo gira com uma velocidade angular ω constante e realiza uma volta completa no tempo T.

T é o período do movimento

$T = 2\pi / \omega$

CARACTERÍSTICAS DO MOVIMENTO CIRCULAR

Posição: definida pelo vetor **r** (que gira com velocidade angular constante). **θ (rad) = arco / raio**

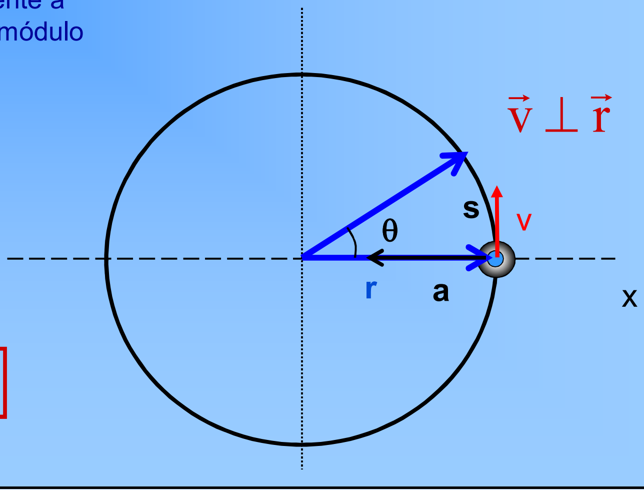
$\boxed{s = \theta\, r}$

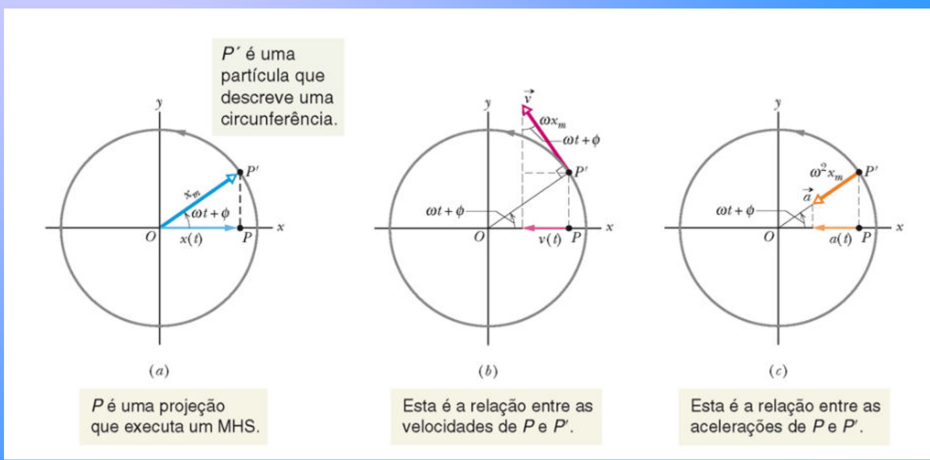
Velocidade: **v** é tangente à circunferência e tem módulo constante.

$\boxed{v = \omega\, r}$

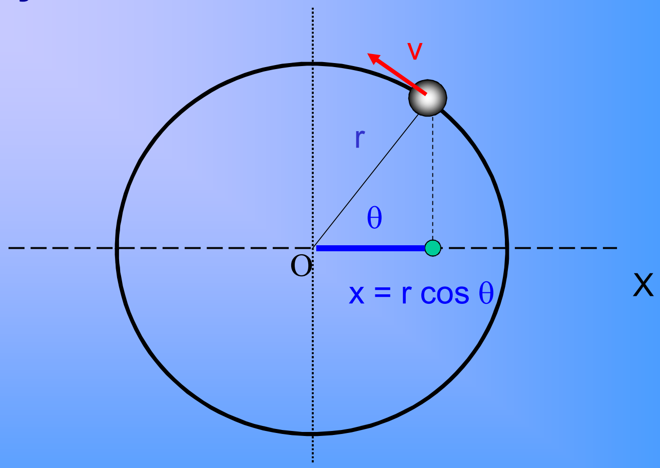
A **aceleração** dirigida para o centro (**centrípeta**).

$\boxed{a = v^2 / r = \omega^2 r}$





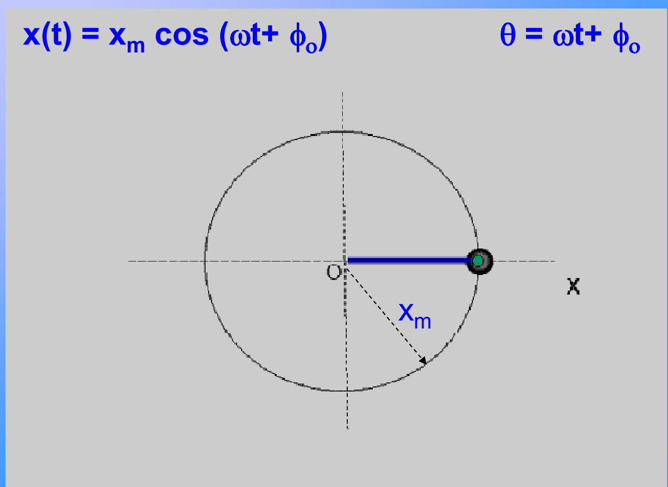
PROJEÇÃO DO MOVIMENTO CIRCULAR NO EIXO X



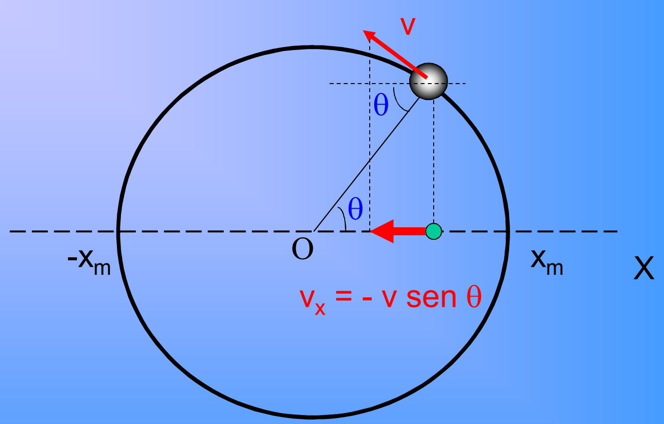
A projeção está representada pelo ponto que se desloca ao longo do eixo x. Na posição definida pela fase θ:

$$\mathbf{x = r\cos\theta}.$$

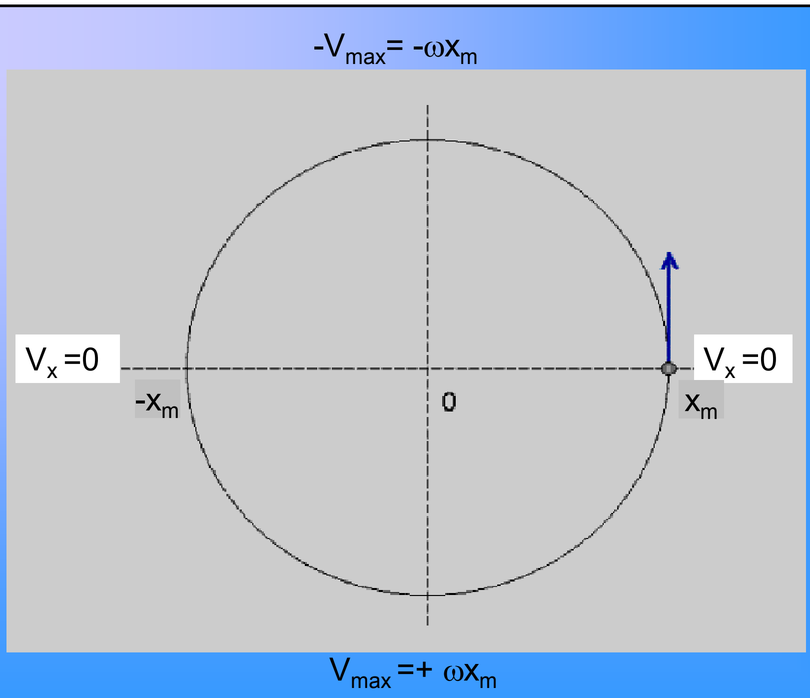
A faixa azul representa a projeção da posição da partícula no eixo x .



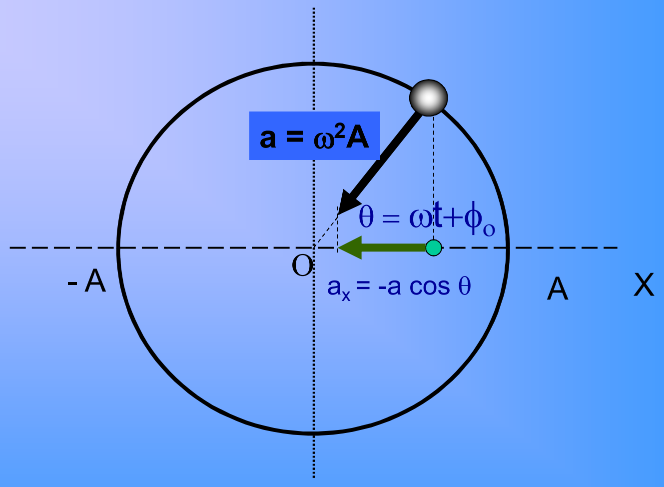
Projeção do **vetor velocidade** do MCU.



- v_x é nula em $x = \pm x_m$ e
- tem valor máximo $v_{x\,max} = \omega x_m$ em $x=0$.



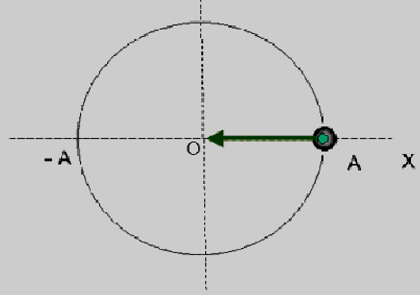
Projeção do **vetor aceleração** do MCU.



$$a_x = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

A seta representa a componente x da aceleração.

$$a_x = -\omega^2 x = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi).$$



A componente x da força é portanto
$F_x = ma_x = - m\,\omega^2 x$,
isto é, $F_x = - k\,x$, sendo $k = m\,\omega^2$.

As **projeções** da posição, velocidade e aceleração são dadas pelas expressões:

Posição $x = x_m \cos(\omega t + \phi)$

Velocidade $v_x = -\omega x_m \operatorname{sen}(\omega t + \phi)$

Aceleração $a_x = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi)$

Como no Movimento Harmônico Simples !

- ω é a frequência angular (ω^2 **= k/m**),
- $\mathbf{x_m}$ é a amplitude
- ϕ é a fase inicial ou constante de fase.

GENERALIZANDO

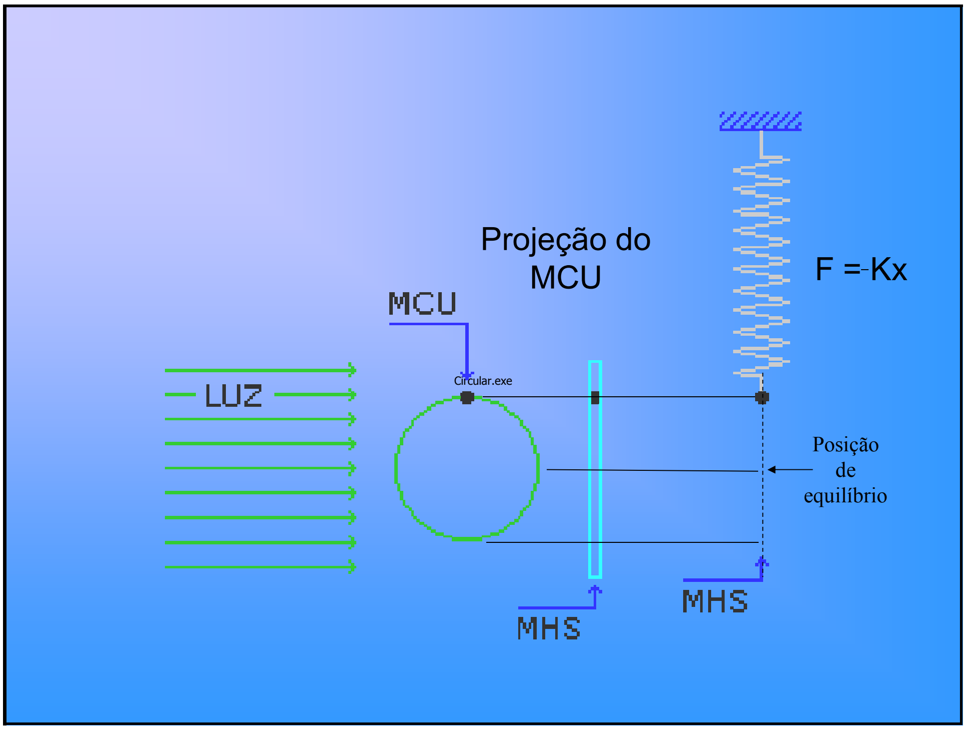
Quando uma força do tipo

$$F = -k\,x \;,$$

sendo **k** constante, age sobre um corpo de massa **m,** o movimento resultante é um Movimento Harmônico Simples,

com frequência angular

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$


Projeção do
MCU
F =-Kx
MCU
LUZ
Circular.exe
Posição
de
equilíbrio
MHS
MHS