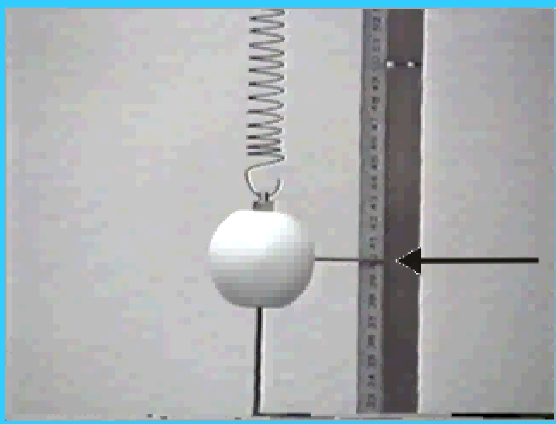
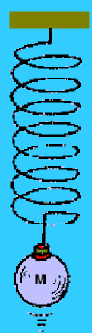
OSCILADOR AMORTECIDO E RESSONÂNCIA



O *Movimento Harmônico Simples* é uma boa aproximação para o movimento de um corpo de massa **m** preso a uma mola de constante elástica **k**.



O MHS é caracterizado por:
- uma frequência natural ω_o e
- uma amplitude de oscilação x_m.

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

A posição do corpo em função do tempo para este movimento é dada por:

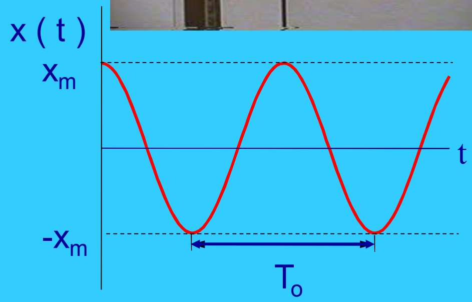
$$x(t) = x_m \cos(\omega_o t + \phi)$$

Este é um movimento oscilatório cuja amplitude $\mathbf{x_m}$ é constante.

O período T_o só depende de k e de m.

$$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$X = x_m \cos(\omega_o t + \phi)$



15.8 Oscilador amortecido

• Além da força da mola, outras forças podem agir sobre a massa. Uma força muito comum é a força de atrito do ar. Na água, ou óleo, a força de **atrito viscoso** é bem maior.

• Esta força de atrito é, em primeira aproximação, proporcional à velocidade da massa (**$F_{atrito} = - bv$**).

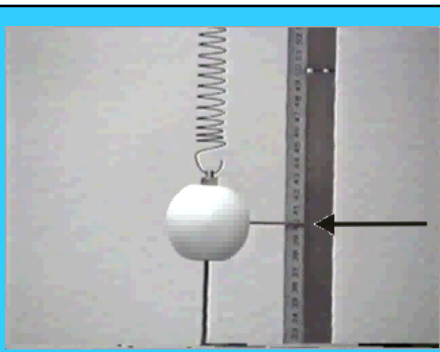
• A equação de movimento da massa presa na mola amortecida pelo atrito da água, ar ou óleo é :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - bv$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_o^2 x = 0$$ onde $\gamma = b / 2m$ e $\omega_o^2 = k / m$

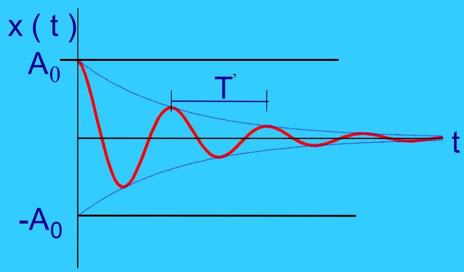
O movimento resultante é oscilatório, com amplitude A(t) que diminui exponencialmente com o tempo. Solução:



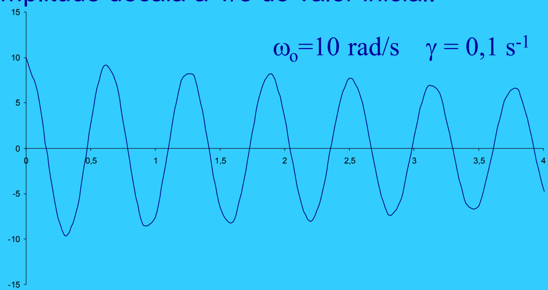
$$x(t) = A_o e^{-\gamma t} \cos(\omega' t + \phi)$$

onde $\omega'^2 = \omega_o^2 - \gamma^2$

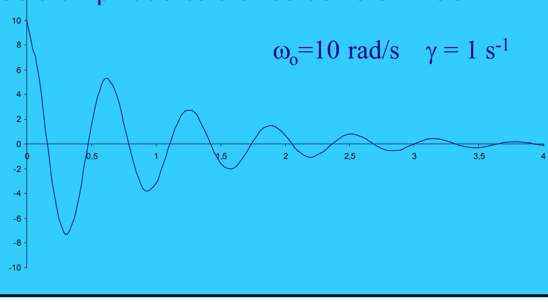
$A(t) = A_o e^{-\gamma t}$



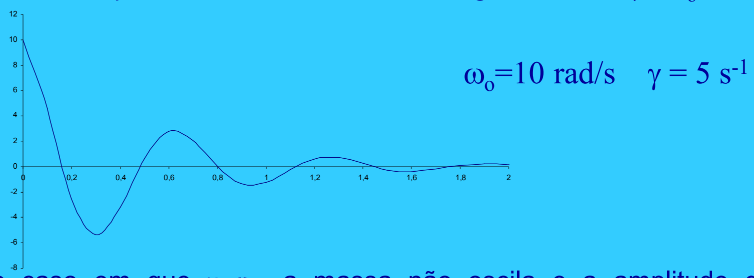
No **amortecimento fraco**, a massa realiza várias oscilações antes que a amplitude decaia a 1/e do valor inicial.



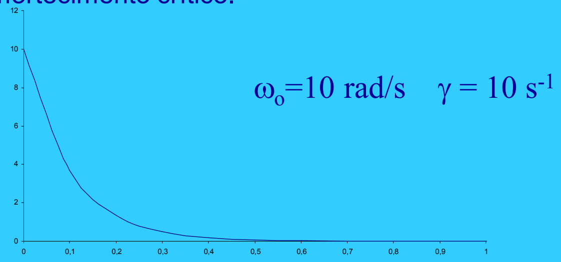
No gráfico abaixo $\gamma \approx \omega_o/10$. A massa realiza algumas oscilações antes que a amplitude caia a 1/e do valor inicial.



Neste exemplo tem-se um amortecimento grande onde $\gamma \approx \omega_o/5$.



No caso em que γ=ω_o, a massa não oscila e a amplitude decai rapidamente a valores próximos de zero. Este é um movimento com amortecimento crítico.



15.9 Oscilador forçado

- Considere agora o caso em que além das forças da mola e de atrito, age também uma **força externa** que **obriga** o sistema a oscilar com uma frequência escolhida ω.
- Seja uma força da forma: **$F_o \cos \omega t$**.

Equação do movimento do oscilador forçado (sem amortecimento:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx + F_o \cos \omega t$$

ω é a frequência angular imposta por quem faz a força.
Já ω_o é a frequência angular das **oscilações livres**:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{F_o}{m}\cos\omega t$$

A solução estacionária da equação é aquela em que o sistema oscila com a frequência da força aplicada.

$$x = x_m \cos\omega t$$

Calculando as derivadas e substituindo na equação tem-se:

$$-\omega^2 x_m \cancel{\cos\omega t} + \frac{k}{m} x_m \cancel{\cos\omega t} = \frac{F_o}{m}\cancel{\cos\omega t}$$

$$-\omega^2 x_m + \omega_o^2 x_m = \frac{F_o}{m}$$

$$x_m = \frac{F_o/m}{\omega_o^2 - \omega^2}$$

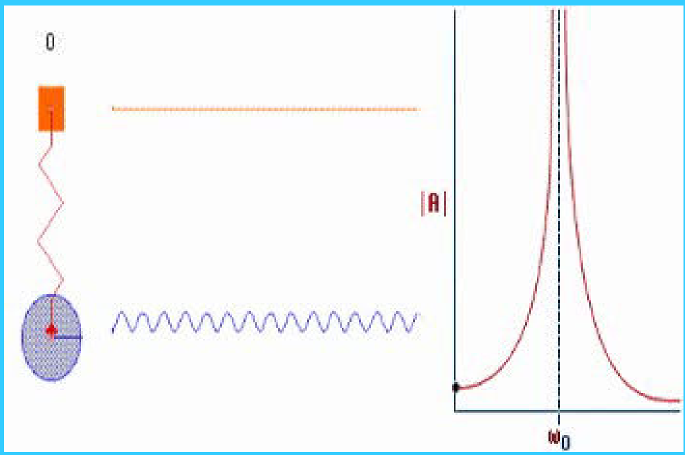
A amplitude tende a infinito quando $\omega \to \omega_o$

$$x_m = \frac{F_o/m}{\omega_o^2 - \omega^2}$$

A amplitude do movimento tende a infinito quando $\omega = \omega_o$.
Este efeito é chamado de RESSONÂNCIA.

Nos osciladores onde agem também forças de atrito, a amplitude na ressonância não tende a infinito porém, cresce a tal ponto que o sistema pode se romper.

$$A = \frac{F_o/m}{\omega_o^2 - \omega^2}$$



No caso da ponte de Tacoma, o vento provocou a ressonância, fazendo com que ela oscilasse no modo semelhante ao da corda, ocasionando sua destruição.

O amortecimento faz com que amplitude, na ressonância, apresente um máximo, que depende da intensidade do amortecimento (γ).