PUC-RIO – CB-CTC

G3 DE FIS 1033

Nome:__________________GABARITO___________________________**Turma:**________

Matrícula:____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	3,0		
2ª	4,0		
3ª	3,0		
TOTAL			

Dados: g = 10,0 m/s²

$$I = \sum m r^2 \qquad I = \int r^2\, dm \qquad I_{Polia} = \frac{m R^2}{2}$$

$$I = I_{cm} + m\, h^2 \qquad K_{Rot} = \frac{1}{2} I\, \omega^2 \qquad K_{Trans} = \frac{1}{2} m\, v^2$$

$$W = \Delta K \qquad W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau\, d\theta \qquad \Delta U_{mola} = \frac{k}{2} x_f^2 - \frac{k}{2} x_i^2$$

$$P_{med} = \frac{W}{\Delta t} \qquad P_{inst} = F\, v \qquad P_{inst} = \tau\, \omega$$

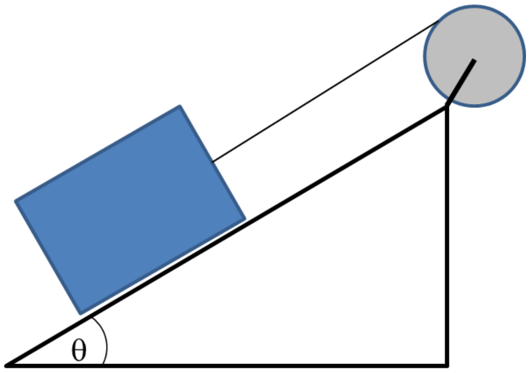
$$\vec{p} = m\, \vec{v} \qquad \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \qquad \vec{L} = I\, \vec{\omega}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \vec{\tau} = I\, \vec{\alpha}$$

$$sen\,(a \pm b) = sen\,(a) cos(b) \pm sen(b) cos(a)$$

As respostas sem justificativa não serão computadas

1ª QUESTÃO (3,0 pts.): Um cabo ideal está enrolado em volta de uma polia de raio 20,0 cm e massa 1,0 kg e tem sua outra extremidade ligada a um bloco de 2,0 kg. O bloco se encontra apoiado sobre um plano inclinado de 30^o em relação a horizontal. O sistema é solto a partir do repouso. Não existe atrito entre o plano e o bloco. Considerando o momento de inércia da polia $I = MR^2/2$ calcule:



a) (1,0 pts.) a aceleração angular da polia;

De $mg\ \text{sen}\theta - T = ma$ e $TR = (MR^2/2)\ a/R$ temos que $a = m\ g\ \text{sen}\theta/(m+M/2) = 4{,}0\ m/s^2$ e

$\underline{\alpha = 20{,}0\ rad/s^2}$.

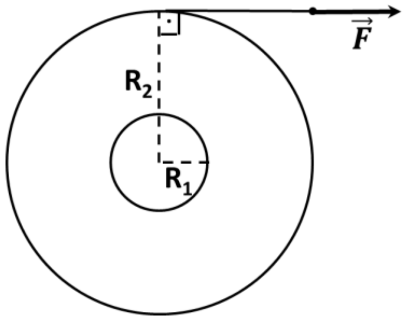
b) (1,0 pts.) a tração no cabo e o torque na polia;

Do item (a) temos que $\underline{\mathbf{T=Ma/2 = 2{,}0N}}$.

c) (1,0 pts.) o módulo da aceleração linear **a** de Um ponto na borda da polia após 0,5 segundos de iniciado o movimento.

Em t = 0,5s temos que $\omega = \alpha t = 10\ rad/s$. Logo, $a_{cp} = \omega^2 R = 20{,}0\ m/s^2$ e $a_t = \alpha R = 4{,}0\ m/s^2$. Como $\underline{\mathbf{|a_{linear}| = \sqrt{a_{cp}^2+a_t^2} = 20{,}4\ m/s^2}}$.

2ª QUESTÃO (4,0 pts.): Uma roldana maciça e homogênea tem seu eixo central fixo e pode ser solicitada a girar por cordas presas tanto a seu raio interno $R_1 = 10\ cm$, quanto a seu raio externo $R_2 = 30\ cm$. A peça toda é rígida.



a) (1,0 pts.) Uma força $\vec{F}$ de módulo constante igual a *6,0 N* e direção sempre perpendicular ao raio externo da roldana a acelera desde o repouso até o instante em que sua velocidade angular vale *8,0 rad/s*. Durante essa rotação, o deslocamento angular da roldana é de *3,2 rad*. Usando que $W_{TOT} = \tau\ \Delta\vartheta$, calcule o momento de inércia *I* da roldana.

$W_{TOT} = \Delta K = I\omega^2/2 - I\omega_0^2/2$ e $W_{TOT} = \tau_{TOT}\ \Delta\theta = (F\ R\ \text{sen}\ 90°)\ \Delta\theta$ implicam que:

$(F\ R\ \text{sen}\ 90°)\ \Delta\theta = I\omega^2/2 - I\omega_0^2/2$. Assim:

$(6{,}0\cdot 0{,}3\cdot 1{,}0)\cdot 3{,}2 = I(8{,}0)^2/2 - 0$. Finalmente:

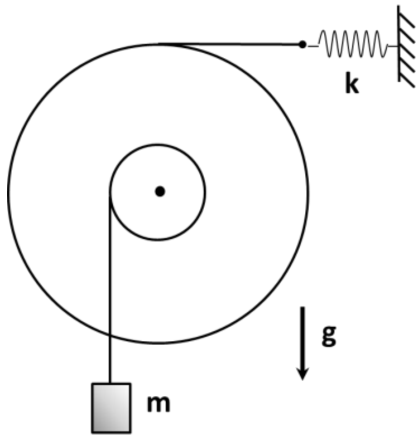
$\underline{\mathbf{I = 0{,}18\ kg\ m^2}}$

b) (1,0 pts.) Calcule a potência instantânea *P* desenvolvida pela força $\vec{F}$ no instante considerado no item (a).

$P = \tau\omega = (F\ R\ \text{sen}\ 90°)\ \omega = (6{,}0\cdot 0{,}3\cdot 1{,}0)\cdot 8{,}0$. Finalmente:

$\underline{\mathbf{P = 14{,}4\ W}}$

Agora, a mesma roldana sustenta por seu raio interno um corpo de massa *m = 2,0 kg*, e está atrelada, por seu raio externo, a uma mola de constante elástica *k = 20 N/m*. O sistema está inicialmente em repouso com a mola distendida de $x_0 = 90\ cm$.



c) (1,0 pts.) O sistema é liberado e num determinado instante a distensão da mola vale de *x = 30 cm*. Calcule a variação de altura *h* do corpo desde que o sistema foi liberado até este instante, respondendo se o corpo subiu ou desceu.

Como a distensão *x* da mola diminuiu, a roldana girou no sentido horário, e como a roldana é uma peça rígida, **o corpo subiu**.
Ademais, o deslocamento angular $\Delta\theta$ para pontos na circunferência interna de raio R_1 é o mesmo que para pontos na circunferência externa de raio R_2. Em símbolos:
$\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 \quad \rightarrow \quad \Delta s_1 / R_1 = \Delta s_2 / R_2 \quad \rightarrow \quad h \;/ R_1 = (x_0 - x) / R_2$
$\rightarrow \quad h \;/ 0{,}1 = (90 - 30) / 0{,}3$
Logo, **o corpo subiu de *h = 20 cm***.

d) (1,0 pts.) Calcule a velocidade angular ω da roldana no instante considerado no item (c). Considere que a variação de altura h do corpo é de 20 cm, que o momento de inércia da roldana vale $0{,}18\ kg\ m^2$ e $g = 10\ m/s^2$.

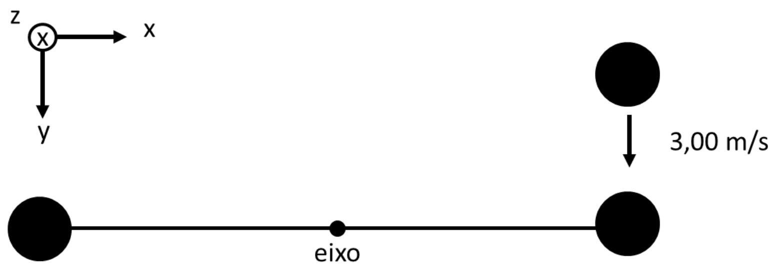
Como $W_{não\ conservativas} = 0$, a conservação de energia nos dá:

$$\frac{kx_0^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + mgh + \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

Considerando que $v = \omega R_1$, substituindo os valores numéricos e fazendo os cálculos, concluímos finalmente:

$$\boxed{\omega = \sqrt{32} \cong 5{,}7\ rad/s}$$

3ª QUESTÃO (3,0 pts.): Duas esferas de 2,00 kg são presas às extremidades de uma barra fina de massa desprezível, de 1,00 m de comprimento. A barra pode girar livremente, sem atrito, num plano vertical, em torno de um eixo horizontal que passa pelo seu centro. Enquanto a barra está na horizontal como mostra a figura, uma massinha de 1,00 kg cai com velocidade de 3,00 m/s sobre uma das esferas e fica grudada a ela. Considerando as esferas como massas pontuais calcule:



a) (0,5 pts.) o momento de inércia do sistema em torno do eixo após a colisão;

$I = 2m(l/2)^2 + M(l/2)^2 = 5/4$ kg m^2 ou **$I = 1,25$ kgm^2.**

b) (1,0 pts.) a velocidade angular do sistema imediatamente após a colisão;

$L_A = mv_0(l/2)$ e $L_D = I\omega$. Como $L_A = L_D$ temos que **$\omega = mv_0(l/2)/I = 1,2$ rad/s**.

c) (1,0 pts.) o vetor torque resultante realizado pela força peso no sistema quando a barra faz um ângulo de 30° com a horizontal;

$\tau = \{(m+M)g(l/2)\,\text{sen}60^\circ - mg(l/2)\,\text{sen}120^\circ\}\,z =$ **8,6 z [Nm].**

d) (0,5 pts.) qual será o ângulo medido a partir da horizontal em que o sistema irá parar temporariamente;

$W\tau = \int \tau d\theta = \Delta K$ onde $W\tau = Mg(l/2)\,(\text{sen}\theta_f - \text{sen}\theta_i)$ e $\Delta K = ½\, I\omega_f^2 - ½\, I\omega_D^2$ como $\theta_i = 0$ e no instante em que o sistema para temporariamente $\omega_f = 0$ temos $Mg(l/2)\,\text{sen}\theta_f = -½\, I\omega^2$ que resolvido para θ_f nos dá **$\theta_f = 180^\circ + 10,5^\circ = 190,5^\circ$** medidos a partir da posição inicial da haste como mostra a figura.