PUC-RIO – CB-CTC

G1 DE FIS 1033

Nome:______________________GABARITO__________________________**Turma:**________

Matrícula:____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª	3,0		
2ª	4,0		
3ª	3,0		
TOTAL			

Identidades trigonométricas:

sen (2θ) = 2 sen (θ) cos (θ)

As respostas sem justificativa não serão computadas

1ª Questão (3,0 pts.):

Um canhão, posicionado sobre um terreno completamente plano, dispara um projétil com uma velocidade inicial de módulo v_0 = 100 m/s fazendo um ângulo de 60^0 com a horizontal. Considerando a posição inicial do canhão como origem do sistema de coordenadas e a aceleração da gravidade g = 10,0 m/s^2 determine:

a) o tempo total de voo do projétil;

Escolhendo um sistema de coordenadas onde o eixo horizontal – x – tem seu sentido positivo da esquerda para a direita e o eixo vertical – y – tem seu sentido positivo de baixo para cima, os vetores posição r(t) e velocidade v(t) que descrevem o movimento do projétil em função do tempo podem ser escritos como:

$$\vec{r}(t) = \{v_0 \cos\theta\, t\}\hat{\imath} + \left\{v_0 \sin\theta\, t - \frac{g}{2}t^2\right\}\hat{\jmath}$$

$$\vec{v}(t) = \{v_0 \cos\theta\}\hat{\imath} + \{v_0 \sin\theta - gt\}\hat{\jmath}$$

onde o tempo total de voo do projétil é obtido quando a componente vertical do vetor posição é nula. Isto implica que:

$$r_y(t) = \left\{v_0 \sin\theta\, t - \frac{g}{2}t^2\right\} = 0 \; e \; t = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} = 17{,}3\, s$$

b) o vetor posição do projétil quando o mesmo atinge sua altura máxima;

o tempo necessário para se chegar à altura máxima é obtido quando a componente vertical do vetor velocidade é zero. Neste caso,

$$v_y(t) = \{v_0 \sin\theta - gt\} = 0 \; e \; t = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = 8{,}65\, s.$$

Substituindo este tempo no vetor posição temos:

$$\vec{r}(t) = \left\{v_0 \cos\theta \frac{v_0 \sin\theta}{g}\right\}\hat{\imath} + \left\{v_0 \sin\theta \frac{v_0 \sin\theta}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right)^2\right\}\hat{\jmath}$$

Que pode ser reescrito como:

$$\vec{r}(t) = \left\{\frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{2g}\right\}\hat{\imath} + \left\{\frac{{v_0}^2 \sin^2\theta}{2g}\right\}\hat{\jmath} = \{425\, m\}\hat{\imath} + \{375\, m\}\hat{\jmath}$$

c) o vetor velocidade quando o mesmo atinge o solo.

o vetor velocidade quando o mesmo atinge o solo é dado por:

$$\vec{v}\left(\frac{2v_0 \sin\theta}{g}\right) = \{v_0 \cos\theta\}\hat{\imath} + \left\{v_0 \sin\theta - g\frac{2v_0 \sin\theta}{g}\right\}\hat{\jmath} = \{v_0 \cos\theta\}\hat{\imath} - \{v_0 \sin\theta\}\hat{\jmath}$$

$$= \{50{,}0\, m/s\}\hat{\imath} - \{86{,}6\, m/s\}\hat{\jmath}$$

d) Considere agora que o projétil deva atingir um alvo que está a uma distância de 500m do canhão. Qual deve ser o ângulo de tiro para que o projétil com velocidade inicial de módulo v_0 = 100 m/s possa atingir o alvo?

Podemos ver dos itens (a) e (b) que o alcance “A” do projétil é dado por:

$$A = \left\{v_0 \cos\theta \frac{2v_0 \sin\theta}{g}\right\} = \left\{\frac{{v_0}^2 \sin 2\theta}{g}\right\}$$

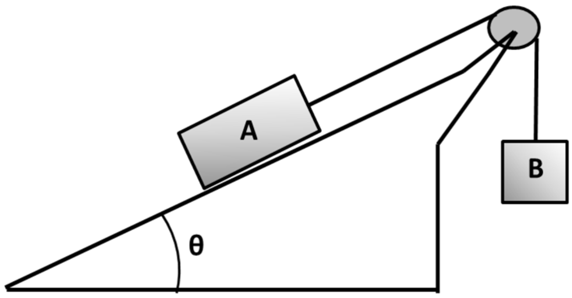
que se resolvido para $\sin 2\theta$ nos da:

$$\sin 2\theta = \frac{gA}{v_0^2} = \frac{1}{2} \; ou \; seja \; 2\theta = 30^0 \, ou \, 150^0$$

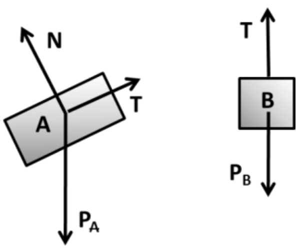
Logo existem dois possíveis ângulos para o lançamento que são
$\theta = 15^0$ e $\theta = 75^0$.

2ª Questão (4,0 pts):

Na figura, o fio e a roldana são ideais, e o plano fixo em que se apóia o bloco A possui inclinação θ com a horizontal. Em todas as situações abaixo, o fio permanece tensionado e m_A = 3,0 kg, mas o bloco B pode variar. Quando necessário substituir valores, use g = 10 m/s^2.



a) Neste item, despreze o atrito e suponha que o bloco B possui aceleração para baixo. Represente o diagrama das forças que atuam sobre cada bloco e escreva as equações de movimento para ambos (deixe as equações literais e não as resolva).



Bloco A:

eixo x: $T - P_A \operatorname{sen}\theta = m_A a$

eixo y: $N - P_A \cos\theta = 0$

Bloco B:

eixo y: $P_B - T = m_B a$

b) Neste item, despreze o atrito e considere m_B = 2,0 kg. Se o sistema parte do repouso e nos primeiros 2,0 segundos o bloco B atinge a velocidade de 2,0 m/s para baixo, calcule a tensão T no fio e a inclinação θ do plano.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-0}{2-0} = 1{,}0\, m/s^2$$

A equação para o bloco B fica:

$$20 - T = 2(1) \quad \rightarrow \quad \boxed{T = 18\, N}$$

E a equação para o bloco A, eixo x, fica:

$$18 - 30 sen\theta = 3(1) \quad \rightarrow \quad sen\theta = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\theta = 30°}$$

c) Neste item, considere m_B = 2,0 kg e θ = 30°. Se o bloco B adquire aceleração para baixo de 0,5 m/s^2, calcule o coeficiente de atrito cinético entre o plano e o bloco A.

A equação para o bloco B fica:

$$20 - T = 2(0{,}5) \quad \rightarrow \quad T = 19\, N$$

E a equação para o bloco A, eixo y, fica:

$N - 30cos30° = 0 \quad \rightarrow \quad N = 15\sqrt{3}N$

Já a equação para o eixo x fica, com a inclusão do termo do atrito:

$$19 - 30sen30° - \mu(15\sqrt{3}) = 3(0,5) \quad \rightarrow \quad \boxed{\mu = \frac{1}{6\sqrt{3}}} \quad ou \quad \frac{\sqrt{3}}{18} \quad ou \quad 0,096 \cong 0,1$$

d) Neste item, θ = 30°. Pendurando-se vários blocos B diferentes, descobriu-se que o peso máximo sem que o sistema entre em movimento é $P_B^{máx}$ = 24 N. Qual é o peso mínimo de B que impede o deslizamento no sentido contrário?

Para o bloco B, como o sistema permanece em repouso:

$P_B^{máx} - T^{máx} = 0 \quad \rightarrow \quad T^{máx} = 24\ N$

Para o bloco A:

$T^{máx} - 30sen30° - f_E^{máx} = 0 \quad \rightarrow \quad f_E^{máx} = 9\ N$

A diferença quando se pendura o bloco de peso mínimo é que $f_E^{máx}$ inverte de sentido:

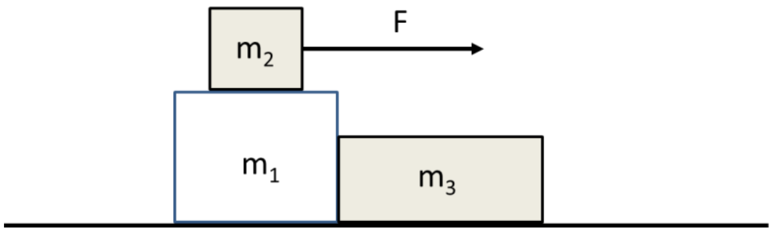
$T^{mín} - 30sen30° + f_E^{máx} = 0 \quad \rightarrow \quad T^{mín} - 15 + 9 = 0 \quad \rightarrow \quad T^{mín} = 6\ N$

Finalmente:

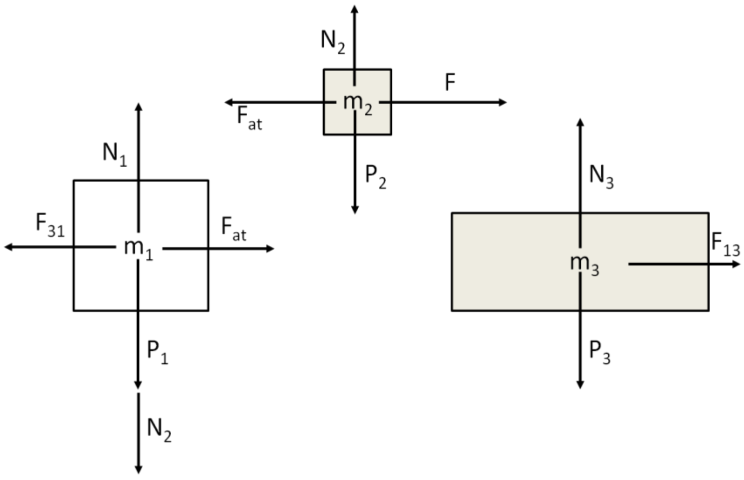
$P_B^{mín} - T^{mín} = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{P_B^{mín} = 6\ N}$

3ª Questão (3,0 pts):

Três blocos de massas m_1=3,0 kg, m_2= 1,0 kg e m_3 = 8,0 kg estão dispostos como visto na figura abaixo. Atua no bloco de massa m_2 uma força externa F, horizontal e de módulo 6,0 N, que faz o conjunto de blocos se movimentar. O bloco de massa m_2 não escorrega sobre o bloco de massa m_1 devido ao atrito estático atuando na interface entre estes dois blocos. Não existe atrito entre os blocos de massa m_1 e m_3 com o solo. Considerando a aceleração da gravidade g=10 m/s^2 determine:



a) os diagramas das forças que atuam em cada um dos três blocos;



b) a aceleração do bloco de massa m_1;

a aceleração do bloco m_1 pode ser obtida através da análise das acelerações dos três blocos. Neste caso como os blocos andam juntos,

$$F_{at} - F_{31} = m_1 a$$

$$F_{13} = m_3 a$$

$$F - F_{at} = m_2 a$$

Que somadas nos dão a aceleração do conjunto de blocos

$$F = (m_1 + m_2 + m_3)\, a \quad ou\ a = \frac{F}{(m_1 + m_2 + m_3)} = \frac{1}{2}\, {}^{m}/_{s^2}$$

c) a força que o bloco de massa m_3 faz no bloco de massa m_1;

a força que o bloco de massa m_3 faz no bloco de massa m_1 é dada por:

$$F_{31} = F_{13} = m_3 a = 4{,}0\, N$$

d) o coeficiente de atrito estático entre os blocos de massas m_1 e m_2.

como o bloco de massa m_2 não escorrega sobre o bloco de massa m_1 devido ao atrito estático temos que:

$$F - F_{at} = m_2 a \ ou\ F_{at} = F - m_2 a = 5{,}5\, N$$

como

$$F_{at} = \mu_E N_2 \ \ temos\ que\ \ \mu_E = \frac{F_{at}}{N_2} = \frac{F_{at}}{m_2 g} = 0{,}55$$