LISTA DE EXERCÍCIOS – SEQÜÊNCIAS E SÉRIES NUMÉRICAS

1) Escreva ao 5 primeiros termos de cada seqüência (a_n) e determine o limite das que forem convergentes:

a) $\left(\dfrac{1-n}{n^2}\right)$ b) $\left(\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right)$ c) $\left(\dfrac{(-1)^{n+1}}{2n-1}\right)$ d) $\left(\dfrac{1}{n!}\right)$ e) $\left(2+(-1)^n\right)$ f) $\left(7^{\frac{1}{n}}\right)$

g) $\left(\dfrac{n}{2^n}\right)$ h) $\left(\cos\left(\dfrac{n\pi}{2}\right)\right)$ i) $\left(\dfrac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}\right)$ j) $\left(\dfrac{\text{sen } n}{n}\right)$ k) $\left(\dfrac{n+(-1)^n}{n}\right)$ l) $\left(\left(\dfrac{n+5}{n}\right)^n\right)$

Respostas: a) 0; b) 0; c) 0; d) 0; e) div.; f) 1; g) 0; h) div.; i) 0; j) 0; k) 1; l) e^5

---

2) Determine uma expressão simples para a soma s_n dos n primeiros termos de cada série:

a) $\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+\dfrac{1}{4.5}+\dfrac{1}{5.6}+\ldots+\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}+\ldots$

b) $\ln\left(\dfrac{1}{2}\right)+\ln\left(\dfrac{2}{3}\right)+\ln\left(\dfrac{3}{4}\right)+\ln\left(\dfrac{4}{5}\right)+\ldots+\ln\left(\dfrac{n}{n+1}\right)+\ldots$

c) $1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{16}-\dfrac{1}{32}+\ldots+\dfrac{(-1)^n}{2^n}+\ldots$

d) $\dfrac{9}{100}+\dfrac{9}{100^2}+\dfrac{9}{100^3}+\ldots+\dfrac{9}{100^n}+\ldots$

e) 1+2+3+4+5+...+n+...

Respostas: a) $\dfrac{n}{2n+4}$; b) –ln (n + 1); c) $\dfrac{2}{3}\left(1-\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n\right)$; d) $\dfrac{1}{11}\left(1-\dfrac{1}{100^n}\right)$; e) $\dfrac{n(n+1)}{2}$.

---

3) Determine, caso exista, a soma de cada uma das séries do exercício anterior.

Respostas: a) ½; b) div.; c) 2/3; d) 1/11; e) div.

---

4) Deixa-se cair uma bola da altura de “a” metros. Cada vez que a bola atinge o solo, após cair de uma altura “h” metros, ela volta a subir “0,75” metros. Determine a distância total percorrida pela bola.

Resposta: “7a” metros.

---

5) Expresse a dízima periódica 1,2373737... como uma série infinita e expresse sua soma como razão p/q:

Resposta: 1225/990

6) Encontre uma expressão simples para a n-ésima soma parcial da série $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n$

Resposta: $\dfrac{-1+(-1)^n}{2}$

7) Diga se as séries indicadas convergem ou não, justificando sua resposta:

a) $\sum \frac{(-1)^n 5}{n}$ b) $\sum \frac{2^{n+1}}{5^n}$ c) $\sum \ln\frac{1}{n}$ d) $\sum \frac{1}{\sqrt{2^n}}$

e) $\sum \frac{\cos(n\pi)}{5^n}$ f) $\sum \left(1+\frac{5}{n}\right)^n$ g) $\sum \frac{n^3}{2^n}$ h) $\sum \frac{1}{n+50}$

i) $\sum n^2 e^{-n}$ j) $\sum \frac{10}{\sqrt{n^5+6}}$ k) $\sum \frac{(n+3)!}{3!\,n!\,3^n}$ l) $\sum \frac{1}{(\ln 2)^n}$

m) $\sum \frac{\sqrt{n}}{n^2+1}$ n) $\sum (2-n)n^3$ o) $\sum \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$ p) $\sum \frac{1}{(-n)^3}$

q) $\sum \frac{8}{\sqrt{n+1}}$ r) $\sum \frac{(n+1)!}{(n+3)!}$ s) $\sum \frac{1}{n7^n}$ t) $\sum \frac{(-1)^n 7}{8^n}$

u) $\sum \frac{2^n}{(2n)!}$ v) $\sum \frac{1}{n\sqrt{n}}$ x) $\sum \frac{(n+1)(n+2)}{n!}$ y) $\sum \left(\frac{n}{3n+1}\right)^n$

Respostas: a) C; b) C; c) D; d) C; e) C; f) D; g) C; h) D; i) C; j) C; k) C; l) C; m) C; n) D; o) C; p) C; q) D; r) C; s) C; t) C; u) C; v) C; x) C; y) C.

8) Classifique as afirmativas em verdadeiras ou falsas, justificando:

a) Sendo (s_n) a seqüência das soma parciais da série $\sum a_n$, se existe lim s_n, então lim $a_n = 0$.

b) A convergência da série $\sum \frac{(-1)^n \cos n^2}{n^2}$ é mostrada com a aplicação do Teste de Leibniz.

c) Toda série alternada é condicionalmente convergente.

d) Se $\sum a_n$ e $\sum b_n$ são séries divergentes, então $\sum (a_n + b_n)$ é divergente.

e) Se $\sum \frac{1}{a_n}$ é uma série convergente, então não existe lim a_n.

Respostas: a) V; b) F; c) F; d) F; e) V.

9) Determine se as séries indicadas são Absolutamente Convergentes, Condicionalmente Convergentes ou Divergentes, justificando:

a) $\sum \frac{(-1)^n (3n-5)}{n}$ b) $\sum \frac{(-1)^n (1+n)}{n^2}$ c) $\sum \frac{n!}{2^n}$ d) $\sum \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n}$

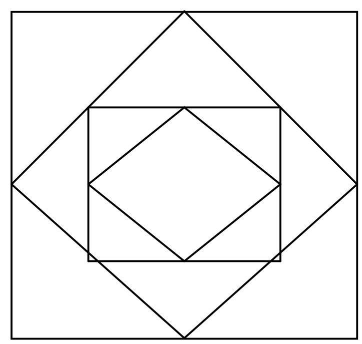
e) $\sum \frac{n^2}{(2/3)^n}$ f) $\sum \frac{(-1)^n \ln n}{\ln n^2}$ g) $\sum \frac{(-1)^n 10^n}{n^{10}}$ h) $\sum (-2)^n$

i) $\sum \frac{1}{n(2n+1)}$ j) $\sum (-1)^n \operatorname{sen} nx$ k) $\frac{2}{1} - \frac{1}{1} + \frac{2}{2} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3} + \ldots$

l) $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \ldots$

Respostas: a) D; b) CC; c) D; d) AC; e) D; f) D; g) D; h) D; i) AC; j) D; k) D; l) AC

10) A figura ao lado mostra os quatro primeiros termos de uma série infinita de quadrados. O quadrado exterior tem uma área de $4m^2$ e cada um dos outros é obtido ligando-se os pontos médios dos lados do quadrado anterior. Encontre a soma das áreas de todos os quadrados.



Resposta: $8m^2$