

G3 de Equações Diferenciais – 2013.2

MAT 1154

Data: 30 de novembro de 2013

Nome: _____ Matrícula: _____
Assinatura: _____ Turma: _____

Duração: 1 hora 50 minutos

Ques.	1.a	1.b	1.c	2.a	2.b	2.c	3	4	5.a	5.b	5.c	5.d	soma
Valor	1.0	1.0	0.5	0.5	0.5	0.5	2.0	1.0	0.5	1.0	1.0	0.5	10.0
Nota													

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta** no lugar a ele destinado. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.*

fonte: mini-Aurélio

1) Considere o problema abaixo que representa o comportamento de duas espécies (com densidades populacionais $x(t)$ e $y(t)$) competindo por suprimentos comuns.

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - x + 0,5y)$$
$$\frac{dy}{dt} = y(2,5 - 1,5y + 0,25x)$$

- a) Determine as singularidades e classifique-as.
- b) Esboce as trajetórias do retrato de fase no primeiro quadrante.
- c) Para quais condições iniciais existe uma configuração de equilíbrio na qual nenhuma espécie desaparece, e qual é esta configuração?

Resposta:

2) Decida sobre a convergência das séries abaixo:

a)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n)}{n\sqrt{(n)}}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 + n}{n^3 + 6n^2 + 8n + 2}$$

c)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{n!}$$

Resposta:

3) Estude a convergência da série de potências:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{3^n n^2}$$

Resposta:

4) Ache a expansão em série de potências de $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ em torno de $x = 0$.

Resposta:

5) Considere a equação diferencial $y'' - 2x^2y' - 4xy = 0$ e

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

a) Mostre que para qualquer solução em série de potências $a_2 = 0$.

b) Mostre que $a_3 = \frac{2}{3}a_0$ e que $a_4 = \frac{1}{2}a_1$.

c) Achar os primeiros 10 termos da solução com condição inicial $a_0 = 1, a_1 = 0$.

d) Determine a expressão geral da solução encontrada no item **c**.

Resposta: