

G2 de Equações Diferenciais – 2013.2

MAT 1154

Data: 25 de outubro de 2013

Nome: _____ Matrícula: _____
Assinatura: _____ Turma: _____

Duração: 1 hora 50 minutos

Ques.	1	2	3.a	3.b	4.a	4.b	5.a	5.b	5.c	teste	soma
Valor	2.0	1,5	1.0	1.0	0,5	0,5	1.0	1,0	0,5	1,0	10.0
Nota											

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.

Observação

- **Justifique cuidadosamente** todas as respostas de forma completa, ordenada e coerente.

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.*

fonte: mini-Aurélio

1) Considere a matriz $M = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 2 \\ -1 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$. Ache a solução geral do sistema $X'(t) = MX(t) + B(t)$ onde $B(t) = (t, 0)$

2) Ache um sistema linear da forma $X'(t) = AX(t)$ onde $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, que admite como soluções as funções vetoriais

$$X_1(t) = e^{2t}(1, 1)$$

$$X_2(t) = te^{2t}(1, 1) + e^{2t}(1, 0).$$

3) Para cada afirmação abaixo classifique verdadeiro ou falso com justificativa.

a) Se os autovalores de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ são todos nulos, então as soluções do sistema $X'(t) = AX(t)$ são todas constantes.

b) O limite quando $n \rightarrow +\infty$ dos coeficientes da matriz

$$A^n = \begin{pmatrix} \lambda & c \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}^n$$

é zero se e somente se a matriz é diagonal e $|\lambda| < 1$.

4) Para cada sistema abaixo, esboce o retrato de fase correspondente e classifique a singularidade $(0, 0)$.

a) $X'(t) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} X(t).$

b) $X'(t) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} X(t).$

5) Considere o seguinte modelo que pode ser interpretado como a interação entre duas espécies.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x - 0,5xy \\ \frac{dy}{dt} &= -0,5y + xy\end{aligned}$$

- a) Ache as singularidades do sistema e classifique-as.
- b) Esboce o retrato de fase do sistema.
- c) Quais são as trajetórias que têm limite quando t tende a $+\infty$ e que configurações representam no modelo?