G2 de Equações Diferenciais – 2013.1

MAT 1154

Data: 25 de maio de 2013

Nome:____________________ Matrícula:________
Assinatura:__________________ Turma:________

Duração: 1 hora 50 minutos

Ques.	**1**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**3**	**4.a**	**4.b**	**4.c**	**teste**	**soma**
Valor	1.0	0.5	2.0	0.5	2.0	1.5	1.0	0.5	1.0	10.0
Nota										

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta** no lugar a ele destinado. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!.**

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.*

fonte: mini-Aurélio

1) Ache a solução geral do sistema em diferenças finitas $X_{n+1} = BX_n$ onde:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

.

2) Considere o sistema $X'(t) = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} X(t)$.

(a) Esboce o retrato de fase e classifique a singularidade $(0,0)$.

(b) Ache a solução geral do sistema $X'(t) = AX(t) + (-1,t)$ onde:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

(c) Ache a solução do sistema da letra **(b)** com condição inicial $X(0) = (1,1)$.

3) Considere o sistema linear $X'(t) = AX(t)$ onde:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix}.$$

Determine os valores de a, b para os quais:

(I) As soluções do sistema satisfazem

$$\lim_{t \to +\infty} X(t) = (0,0)$$

.

(II) A singularidade $(0,0)$ é uma sela hiperbólica.

4) Considere o problema abaixo que representa o comportamento de duas espécies(com densidades populacionais $x(t)$ e $y(t)$).

$$\frac{dx}{dt} = x(0,5 - 1,5y)$$

e

$$\frac{dy}{dt} = y(-1,5 + x)$$

a) Determine as singularidades e classifique-as.

b) Esboce as trajetórias do sistema no primeiro quadrante.

c) Suponha que as populações iniciais em um laboratório sejam $x(0) = 10$ e $y(0) = 1$. Interprete a evolução das populações no tempo t.