G3 de Equações Diferenciais – 2013.1

MAT 1154

Data: 15 de junho de 2013

Nome:______________________________ Matrícula:____________
Assinatura:__________________________ Turma:______________

Duração: 1 hora 50 minutos

Ques.	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**3**	**4**	**5.a**	**5.b**	**soma**
Valor	2.0	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.5	1.0	10.0
Nota										

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta** no lugar a ele destinado. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!.**

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.*

fonte: mini-Aurélio

1) Considere o problema abaixo que representa o comportamento de duas espécies(com densidades populacionais $x(t)$ e $y(t)$)competindo.

$$\frac{dx}{dt} = x(1 - x - y)$$

$$\frac{dy}{dt} = y(1,5 - y - x)$$

a)Determine as singularidades e classifique-as.

b)Esboce as trajetórias em uma vizinhança de cada singularidade no primeiro quadrante.

c)Para quais condições iniciais existe uma configuraçãoo de equilíbrio na qual nenhuma espécie desaparece , e qual é esta configuração?

Resposta:

2) Decida sobre a convergência das séries abaixo:

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n \ln(n)}{2^n}$$

b)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}$$

Resposta:

3) Determine o intervalo de convergência das séries abaixo:

a)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-2)^n}{n.4^n}$$

Resposta:

4) Calcule o termo geral da expansão em série de potências de $(x-1)$ da função abaixo e ache seu intervalo de convergência.

$$y(x) = \frac{1}{x^2 - 8x + 15}$$

Resposta:

5)

a) Considere a equação diferencial $y'' - xy' - y = 0$. Ache a expressão geral de uma solução em forma de série de potências

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

supondo que $a_1 = 0$.

b) Considere agora a equação diferencial $y'' - xy' - y = 1$. Ache a solução em forma de série de potências

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

supondo que $a_0 = a_1 = 0$.

Resposta: