

G3 de Equações Diferenciais – 2012.2

MAT 1154

Data: 1 de dezembro de 2012

Nome: _____ Matrícula: _____
Assinatura: _____ Turma: _____

Duração: 1 hora 50 minutos

Ques.	1.a	1.b	2.a	2.b	2.c	3.a	3.b	4	5	soma
Valor	0.5	1.0	2.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.5	1.5	10.0
Nota										

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta** no lugar a ele destinado. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.*

fonte: mini-Aurélio

1) Considere o sistema no plano definido por:

$$F(x, y) = (y - x^2, y - x - 2)$$

(a) Determine as singularidades do sistema.

(b) Faça um esboço das trajetórias na vizinhança das singularidades.

Resposta:

2) Considere o problema abaixo que representa o comportamento de duas espécies (com densidades populacionais $x(t)$ e $y(t)$.)

$$\frac{dx}{dt} = x(1,5 - 0,5y)$$

e

$$\frac{dy}{dt} = y(-0,5 + x)$$

- a) Determine as singularidades e classifique-as.
- b) Esboce as trajetórias em uma vizinhança de cada singularidade no primeiro quadrante.
- c) Suponha que as populações iniciais em um laboratório sejam $x(0) = 2$ e $y(0) = 4$. Interprete a evolução das populações no tempo t

Resposta:

3) Decida sobre a convergência das séries abaixo:

a)
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (n^2) \cdot 2^n}{(3^n)}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}}$$

Resposta:

4) Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(x) + xy'(x) + y(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n + \cdots .$$

Determine $y(x)$.

Resposta:

5) Considere o problema de valor inicial abaixo:

$$y''(x) + xy'(x) + y(x) = t^2 + t, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Considere ainda a expansão em série de potências da solução:

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_nx^n + \cdots .$$

Determine $y(x)$.

Resposta: